

ПОЛ ДИРАК И МАТЕМАТИЧНАТА ФИЗИКА (70 години уравнение на Дирак)

Иван Тодоров*

*A great deal of my work is just playing with equations
and seeing what they give.²⁾*

През февруари т.г. излезе статия [1] на Майкл Бери, "Пол Дирак: най-чистата душа във физиката" по случай 70 години от публикуването на работата "Квантова теория на електрона" (Dirac 1928), в която за пръв път се появи уравнението на Дирак.

Дирак вероятно би се засмял на повода - какво особено има в годишнина, кратна на броя на пръстите на двете ръце? На среща в английски замък един от присъстващите напомнил слуха, че призрак се появявал в полунощ в спалнята на покойния лорд. Дирак попитал: "В полунощ по Гринуич или по лятното време?"

Поводът може да е измислен, но за Дирак и за неговото уравнение си струва да се поговори и без специален повод.

Аз имам и лична причина за това. През юни 1968, при откриване на новата (тогава) сграда на Международния център по теоретична физика в Мирамаре (край Триест) неговият основател и директор Абдус Салам беше събрал нещо като фестивал от звезди на теоретичната физика.

Между тях бяха двама от създателите на квантовата механика: Вернер Хайзенберг (1901 - 1976) и Пол Дирак (1902 - 1984). Вечерите имаше серия лекции на нобелови лауреати под общ надслов "Из един живот във физиката" [3]. Когато щеше да говори Хайзенберг, Салам, позовавайки се на източна приказка, според която само цар може да угощава цар, предложи на Дирак да представи Хайзенберг. Дирак каза: "Аз имам най-сериозни основания да се възхищавам от Хайзенберг. Той и аз бяхме по едно и също време студенти-докторанти. Бяхме горе-долу на една възраст и работехме по една и съща задача. Хайзенберг преуспя в това, което на мен не ми се отдаде. До тогава бяха натрупани много спектроскопични данни и Хайзенберг намери правилния път за внасяне на ред в тях. Така той откри златна ера в

* академик, ИЯИЯЕ, БАН

теоретичната физика: през последвалите няколко години беше лесно за второкласни студенти да правят първокласни работи."

И все пак, през онези дни и вечери преди 30 години, Дирак, а не Хайзенберг, стана мой герой. През следващите години имах случаи да се срещна отново и да се запозная (по отделно) и с двамата. Моите първоначални впечатления, по същество, се запазиха. Хайзенберг беше земен човек ("обикновен гений" по класификацията на Марк Кац); Дирак не беше от този свят - той витаеше в небесата.

1. БРИСТОЛ (1902 – 1923)

In spite of the equations being approximate, they can be beautiful.

Дирак беше тих и немногословен - прочут с мълчанието си (може би това е една от причините, че за него са чували малцина извън физиката). Като дете той следвал правилото, въведено от баща му, Чарлз Дирак, френски швейцарец, да говори вкъщи на френски. Когато малкият Пол смятал, че не може да се изрази добре на френски, мълчал. Той запазил за цял живот този навик - първо да премисли какво точно иска да каже и тогава да почне да говори. В очите на събеседниците си, които, като повечето от нас, започват изречение преди да са решили как да го свършат, той става пословичен мълчаливец.

Роден в Бристол (Англия) на 8.август 1902 г., Пол Адриан Морис Дирак учи (след завършване на първоначално училище - от 12 годишна възраст) в местното Търговско училище, където баща му преподава френски език. През войната (1914-18) по-възрастните момчета са мобилизирани в армията. Пол получава възможност да се прехвърли в оределия по-горен клас и да научи неща, особено от математиката и естествените науки, в ранна възраст. Само участието му в спортните игри с по-големите (всяка сряда след обед) го затруднявало ... ([5], с. 141). През 1918 г., 16 годишен, той постъпва в Бристолския университет да учи за електроинженер. (Лекциите са пак в сградата на Търговското училище; дори професорът по електроинженерство, Дейвид Робертсън, му е преподавал физика в гимназията³⁾). Години по-късно Дирак ще каже: "Много дължа на инженерното си образование, понеже то ме научи да се отнасям търпимо към приближенията. Преди това мислех, че човек трябва да съсредоточи вниманието си изключително върху точни уравнения. Благодарение на уроците по инженерство започнах да разбирам, че

всички наши уравнения са приближени. Можем само да се стремим към по-голяма точност. Но дори и когато уравненията са приближени, те могат да бъдат красиви." ([1], с. 36).

През 1921 г. Дирак завършва като дипломиран инженер и баща му го праща в Кеймбридж, да кандидатствува за стипендия. Стипендията, която му предлагат (след изпит), 70 фунта стерлинги годишно, не стига, за да живее самостоятелно. Дирак се връща в Бристол, където получава възможност да специализира (безплатно) 2 години приложна математика в Университета. След повече от половин век той си спомня с благодарност за своя учител по математика Питер Фрейзер - несравнен педагог, не публикувал никога нищо ([5], с. 11-12). От него той разбира какво значи строга математика (макар и рядко да я прилага); от него научава проективна геометрия, която го поразява със своето изящество. (По този повод Дирак изказва съжаление, че повечето физици не я познават и той е бил принуден да превежда геометричните аргументи на аналитичен език, за да ги направи разбираеми за колегите си.)

Поучително е да се четат спомените на Дирак за това, което е будело любопитството му и го е вълнувало през младите му години. Те свидетелстват за рождението на чиста порода математичен физик. За разлика от повечето велики физици Дирак не е съзидател на природата. Той обича по-скоро да съзерцава математичните образи на физични величини и да играе с тях. Първият му свързан с физиката спомен е от лекция по теория на относителността на философа Брод (в Бристол, 1919). Той живо описва впечатлението, което му е направила формулата $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$ и особено знакът минус пред квадрата на изменението на времето dt^2 ([5], с. 9).

2. КЕЙМБРИДЖ 1923 – КОПЕНХАГЕН 1926 - 27

През есента на 1923 г. несъстоялият се инженер най-после получава (макар и скромна) стипендия, която му позволява да стане докторант в Кеймбридж. Той мечтае да работи при Кънингам, автор на книга по теория на относителността. Кънингам, обаче, не искал повече докторанти. Дирак няма причина да съжاليا. Неговият ръководител Ралф Фаулър му открива ново поле за дейност: запознава го с атома на Ръдърфорд, Бор и Зомерфелд.

Кеймбридж е тогава световен център на физиката на най-малките градивни единици на материята - в онези години това е

физиката на атомите. За последвалите 10 години, от 1924 до 1933 Дирак става автор на 39 публикации (между които и неговата книга "Основи на квантовата механика"); заключителната е нобеловата му лекция "Теория на електроните и позитроните" от 12 декември 1933 г.

Драмата започва, когато Дирак, по време на ваканция в Бристол, в края на лятото на 1925 г., получава от Фаулър коректура на статия на Хайзенберг с надпис "Какво мислиш за това?". Първата реакция на Дирак е била известна досада: той бил зает със своите мисли за усъвършенстване на атомния модел на Бор чрез използване на адиабатичната хипотеза и оставил настрана коректурите. "Ако се интересуваме от грешните пътища, които избирах в работата си", казва Дирак след половин век на лятната школа във Варена по история на физиката на 20-ти век, "ето един от тях: изучавах хамилтоновата теория на пертурбациите на планетните орбити и размишлявах как да я приложа към взаимодействието на електроните в атома на Бор." ([5], с. 17). Но Дирак се връща към статията на Хайзенберг след десетина дни и изведнъж му просветва, че това е пътят.

Спектроскопичните данни изглеждат съвсем безредни, докато Ридберг (1890) и Риц (1908) не откриват комбинационното правило: честотата на всяка спектрална линия е разлика от две честоти $\nu_{nm} = \nu_n - \nu_m$. Това довежда до квантовите условия на Бор. "Великолепната крачка напред на Хайзенберг" ([5], с. 70) се състои в това, цялата теория да се строи от "наблюдаеми", които се отнасят едновременно към две състояния. Такива величини могат да се записват като матрици. Важното тук не е въвеждането на всички матрични елементи, но разбирането, че матрицата, като цяло, съответствува на определена динамична променлива. Оттук следва, че умножението на динамични променливи е, общо казано, некомутативно - факт, който силно смущава Хайзенберг. Дирак, напротив, веднага разбира, че това е главното в работата на Хайзенберг и почва да размишлява над алгебрата на това, което той нарича "q-числата".

Днес подобен ентусиазъм споделя френският математик Ален Кон, който разглежда Хайзенберг като откривател на некомутативната геометрия на квантово-механичното фазово пространство. Неговият превод на ситуацията на съвременен математичен език е нестандартен и заслужава да го споменем ([6], I-1).

Комбинационното правило на Ридберг и Риц ни учи, че две честоти ν_{ij} и ν_{kl} се "композира" и дават трета наблюдаема честота в спектъра на атома - само ако $j = k$, тогава $\nu_{ij} + \nu_{kl} = \nu_{il}$. Това

наблюдение, направено преди модела на Бор (да не говорим за приносите на де Бройл и Хайзенберг), вече е сигнал, че тук класичната механика и електродинамика се нарушават. Наистина, най-общо разсъждение показва, че в класичната физика всеки две честоти могат да се събират (например, всяка наблюдаема честота се съпровожда от своите кратни - "хармонични"): допустимите честоти на всеки атом образуват (крайно породена) абелева подгрупа Γ на адитивната група R на реалните числа. Извлечените от опита комбинационни правила, напротив, показват, че честотите на атомния спектър образуват обект от по-общ вид - групоид. Алгебрата на наблюдаемите може да се реализира и в двата случая като алгебра на функциите върху групоида с произведение, зададено чрез конволюцията. Когато групоидът е абелева група, конволюцията $(f * g)(\nu) = \sum_{\mu} f(\nu - \mu)g(\mu)$ е комутативна; когато имаме групоид на Ридберг - Риц, конволюцията $(f * g)(\nu_{il}) = \sum_j f(\nu_{ij})g(\nu_{jl})$ съвпада с матричното умножение и е, изобщо, некомутативна.

Но да се върнем на нашия разказ. Възбуден от новите идеи още в Бристол, при връщането си в Кеймбридж в началото на октомври (1925 г.) Дирак се включва в обичайния си ритъм: интензивна работа през седмицата и усамотени разходки извън града в неделя. (Мехра [4] привежда свидетелство на Дирак, че той почти не четял художествена литература и никога не бил ходил на театър.) "В една от октомврийските недели на 1925 г.", си спомня Дирак ([5], с. 19-20), "когато, въпреки твърдото желание да си почина по време на разходката, аз усилено размишлявах над разликата $uv - vu$, през ума ми мина мисълта за скобите на Поасон." Скобите на Поасон и комутаторните скобки - ако те са свързани, това ще даде ключ за разбиране на най-загадъчната част от новия формализъм на Хайзенберг! Дирак няма търпение да се върне въкъщи, за да провери догадката си. Досадно, в неговите книги няма нищо за скобите на Поасон. В неделя вечер университетската библиотека е затворена. Трябва да чака до другата сутрин, преди да отвори книгата на Уитекер "Аналитична динамика". Развързката оправдава вълнението (Dirac, 1925). Комутаторът $[u, v] = uv - vu$ е пропорционален на скобите на Поасон:

$$[u, v] = i\hbar \{u, v\}, \quad \hbar = h/2\pi \quad (1)$$

$$\{u, v\} = \partial u / \partial q_s \times \partial v / \partial p_s - \partial u / \partial p_s \times \partial v / \partial q_s.$$

Коефициентът на пропорционалност е знаменитата константа на Планк (умножена на имагинерната единица). Уравнението (1) е важно, между другото, защото показва с какво се заменят частните производни в квантовата механика. Това позволява уравненията за движение в квантовата теория да се запишат в хамилтонова форма $i\hbar \dot{u} = [u, H]$. Дирак пръв (във всеки случай между физиците) си дава сметка, че производната се характеризира алгебрично като линеен оператор, който удовлетворява правилото на Лайбниц за диференциране на произведение и това дава възможност тя да се отъждестви с комутатора. От писмо на Хайзенберг личи колко неочаквано - и даже неразбираемо - звучи това за създателя на матричната квантова механика. Преписката свидетелствува какви усилия струват на създателите си дори обикновени забележки от съвременен курс по квантова теория⁴). Пример: Хайзенберг поставя под съмнение (в писмо от декември 1925 г.) равенството (1), защото то не може да е в сила едновременно за всяка - даже полиномиална - функция на основните динамични променливи. Ако започнем с най-простото комутационно съотношение $[q, p] = i\hbar$, съответстващо на $\{q, p\} = 1$, възниква проблем вече при квадратичните функции, тъй като от една страна $\{q^2, p^2\} = 4qp$, докато $[q^2, p^2] = 2i\hbar(qp + pq)$ (симетричното квантуване на Херман Вайл още предстои да бъде формулирано!).

В поредно писмо (от 9април 1926 г.) Хайзенберг обръща внимание на Дирак на появилата се преди няколко дни статия на Шрьодингер. След начална враждебна реакция ("... съществува прекрасна квантова механика ... Защо да отстъпваме ...?"⁵) - [5], с. 29) Дирак постепенно осъзнава, че новата работа не е отказ от постигнатото, а дава мощни математични средства за решаване на квантовомеханични задачи. През есента на 1926 г., вече в Копенхаген при Нилс Бор, Дирак работи върху общата теория на преобразуванията, която ще свърже матричния подход на Хайзенберг с вълновото уравнение на Шрьодингер и, преди всичко, ще даде на тази основа последователна физична интерпретация на квантовата теория (Dirac, 1927). Тази своя работа (в която той, между другото, за пръв път използва носещата неговото име δ -функция) Дирак цени най-високо: "... нито преди, нито след това не съм изпитвал такова удоволствие от работата" ([5], с. 35).

3. РЕЛАТИВИСТИЧНАТА КВАНТОВА ТЕОРИЯ НА ЕЛЕКТРОНА

(Dirac, 1928)

Изясняването на принципите на квантовата механика в процеса на тази работа прави очевидна за Дирак неудовлетворителността на уравнения от втори ред (спрямо производната по времето) като основа за релативистична квантова теория. Когато след повече от половин година раздяла (работа в Гьотинген, посещение в Лайден при Еренфест) Дирак отговаря на въпрос на Нилс Бор по време на Солвеевския конгрес в Брюксел през октомври 1927 г., че се опитва да построи релативистична теория на електрона, реакцията на Бор е "Но Клайн реши вече тази задача." ([5], с. 39). И след повече от 50 години Дирак не може да се примири с лекотата, с която физиците приемат на времето теорията на Клайн - Гордон, която "нарушава основните принципи на този тъй красив и плодотворен подход ..." (имат се предвид принципите, постигнати в (Dirac, 1927) - виж [5], с. 87). Разликата между гения и обикновените таланти започва от въпросите, които ги вълнуват.

И тъй, Дирак търси уравнение от първи ред по отношение на $\partial/\partial t$. Лоренцовата инвариантност изисква тогава то да е от първи ред и по отношение на производните по координатите - т.е., от импулсите. Начинът, по който Дирак описва (през 1977 г.) как са се развивали събитията, е неподражаем; ще го цитирам дословно ([5], с. 39). "Няколко месеца задачата оставаше нерешена. Отговорът възникна съвсем неочаквано и е един от примерите на незаслужен успех. Идеята на решението ми дойде на ум, когато се развличах с математически формули ... размествайки всякак трите спинов матрици⁶⁾ $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ забелязах, че ... квадратът на израза $p_1\sigma_1 + p_2\sigma_2 + p_3\sigma_3$, където p_i са компонентите на импулса, е равен просто на $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$. По този начин получих красив математически резултат и бях силно възбуден. Струваше ми се, че той е важен, макар да не дава непосредствен отговор на въпроса, как да се построи удовлетворително релативистично уравнение за електрона."

Остава да се обобщи методът за извличане на матричен квадратен корен от сума от 3 квадрата за случая на сума от 4 квадрата. Дирак явно не е бил запознат с алгебрите на Клифорд, защото това обобщение му взема още няколко седмици напрегната работа. Следваща стъпка изисква преминаване от матрици 2×2 (т.е. с два реда и два стълба) към матрици 4×4 . Релативистичното уравнение за свободен електрон се получава във вида

$$(p_0\alpha_0 - p_1\alpha_1 - p_2\alpha_2 - p_3\alpha_3 - \alpha_4 mc)\psi = 0 \quad (2)$$

където 4-редните матрици α_a удовлетворяват същите алгебрични съотношения, като двуредните матрици σ_i :

$$\alpha_a\alpha_b + \alpha_b\alpha_a = \mathbf{1}\delta_{ab} \quad (\mathbf{1} = \text{единична } 4 \times 4 \text{ матрица}) \quad (3)$$

Следващата задача - въвеждането на взаимодействие с електромагнитно поле - изглежда по-трудна, но не и за Дирак. Той се е сблъскал с нея в работите си за адиабатичната хипотеза при магнитно поле (1925 г.) и за ефекта на Комптън (1926 г.). Решението е красиво - като всичко, излязло от неговото перо през "златната ера на теоретичната физика". Четиримерният импулс p_μ на свободна частица се заменя с "удължения импулс", включващ електромагнитния потенциал A_μ :

$$p_\mu \rightarrow p_\mu + (e/c) A_\mu(x), \mu = 0, 1, 2, 3. \quad (4)$$

Като истинско хубаво уравнение, уравнението (2) със замяната (4) дава повече, отколкото е заложено в него. Дирак търси Лоренц инвариантно уравнение от първи ред. Като безплатно приложение той намира спина $1/2\hbar$ на електрона и неговия магнитен момент. Полученото изглежда толкова хубаво, че 26 годишният Дирак се бои да не му подлее вода с прекалено много проверки. Той оценява в първо приближение нивата на енергия на водородния атом, което е в съгласие с опита, и публикува резултата (Dirac, 1928). Уравнението на Дирак във външно кулоново поле има красиво точно решение (намерено малко по-късно от Чарлз Дарвин - потомък на биолога) - в пълно съответствие с фината структура на спектъра.

4. РЕШЕНИЯ С ОТРИЦАТЕЛНА ЕНЕРГИЯ. ПРЕДСКАЗВАНЕ НА АНТИМАТЕРИЯТА

Една от двете двойки компоненти на вълновата функция ψ в (2) има ясен смисъл: тя описва двете възможни стойности $\pm(1/2)\hbar$ на проекцията на спина на електрона (Дирак не случайно най-напред си играе с 2-редни матрици). Внимателното разглеждане (след първата публикация) показва, че втората двойка съответства на решения с

отрицателна енергия. Първата мисъл, която идва на човек, е да се опита да ги отстрани. Това обаче не е така просто, понеже между състоянията с положителна и с отрицателна енергия са възможни преходи. Шрьодингер предлага модификация на теорията, която изключва подобни преходи, но това става за сметка на релативистичната инвариантност и разваля красотата на уравнението. Дирак не участва в тези опити. През следните 2 години той е зает с преподаване и с писане на своята, станала с излизането си класическа, книга "Принципи на квантовата механика" и не публикува нищо за релативистичното уравнение. През това време той мисли (макар и не концентрирано) за проблема с отрицателните енергии. За разлика от повечето физици Дирак се примирява с преходите в състояния с отрицателна енергия - след като те са задължително следствие от красивата математична теория. Вместо да се мъчи да ги изключи, той се опитва да им намери физическо обяснение. Първата му идея (оценявана по-късно от него като сравнително проста) винаги ми се е струвала фантастична: "... електроните се подчиняват на статистиката на Ферми", казва той ([5], с. 42), "в съгласие с нея в никое състояние не може да има повече от един електрон. Така дойдох до картина на света, в която са заети всички състояния с отрицателна енергия ... Разбира се, трябваше да се разглежда възможността някои от тези състояния да се окажат свободни. Тогава възникват дупки, които се държат като частици, но вече с положителна енергия.

Не беше сложно да се стигне до тази идея: беше ясно, какво трябва да се получи и имаше близка аналогия с теорията на химичната валентност."

Това, че Дирак се сеща да използва принципа на Паули (който забранява две частици със спин $1/2$ да се намират в едно и също състояние), е разбираемо: не случайно статистиката на такива частици се нарича статистика на Ферми - Дирак (макар той самият да не го афишира). Но уравнението на Дирак е уравнение за една частица. Законно ли е за неговата интерпретация да се привлича море от безброй много запълнени състояния? Няма ли това море да породии (безкрайно силно!) електромагнитно поле? Квантовата теория на полето (Дирак (1927), Хайзенберг и Паули (1929), Дирак, Фок, Подолски (1932)), която третира системи с безброй много степени на свобода, разрешава - като по вълшебство - тези съмнения (и поражда други ...).

Частичката-дупка има товар с обратен знак на частицата с положителна енергия. Ако електронът е зареден отрицателно, то "антиелектронът" - дупката в морето от запълнени нива с отрицателна енергия - ще е положително зареден.

Тук за Дирак възниква трудност. Каква е масата на антиелектрона? "Теорията е напълно симетрична спрямо знака на енергията, тъй че дупката трябва да има същата маса като електрона. Но по онова време единствената известна частица с положителен товар беше протонът. Хората вярваха, че материята се състои само от електрони и протони, а други частици няма. Две частици бяха нужни, тъй като съществуваше две вида електричество, положително и отрицателно. ... На този етап аз просто не посмях да постулирам нова частица." ([5], с. 91-92). И през 1930 г. прави опит да отъждестви дупките с протони (и - логично - обсъжда възможността за аниhilация на електрони и протони). Храни смътна надежда, че кулоновото взаимодействие ще обясни голямата разлика между масите на протона и електрона ($m_p \sim 1840m_e$). Тук даже Дирак нарушава своя принцип, с последователното приложение на който той става пионер на съвременната математично физика: заради "очевидността" на опита той отстъпва от логиката на красивото уравнение. Херман Вайл убедително показва (въз основа на това, което днес наричаме симетрия на електромагнитните взаимодействия спрямо товароспрягането), че дупките трябва да имат същата маса като частиците. Големият математик дава стимул на Дирак да се върне към собственото си веруване (за разлика от неговия приятел от месеците в Гьотинген, Роберт Опенхаймер, който малодушно търси начин да направи дупките ненаблюдаеми). Да, заключава той, дупките трябва да имат същата маса, следователно трябва да се търси нова частица, антиелектрон, който се различава от електрона само по знака на товара (Dirac, 1931).

Финалът е известен. Година по-късно Карл Андерсон съобщава за откритието на позитрона. (Нещо, което не винаги се казва: Андерсон не е бил мотивиран от работата на Дирак. Дълбоките идеи са трудни за възприемане от съвременниците ...) През 1933 г., точно 10 години след като напуска родния Бристол, отивайки в Кеймбридж, 31 годишният Дирак разделя с 46 годишния Ервин Шрьодингер Нобеловата награда по физика " ... за откритие на нови плодотворни форми на теорията на атомите ...". Едновременно е връчена и наградата за 1932 г. на Вернер Хайзенберг. В своята лекция в Стокхолм Дирак произнася пророчески думи: "... смятам за вероятно съществуването и на отрицателни

протони. Доколкото можем да се опираме на теоретичните изводи, между положителните и отрицателни товари има пълна и съвършена симетрия. Ако тя наистина носи фундаментален характер, то трябва да може да се обръща товара на частици от всякакъв вид." ([5], с. 206).

5. ЕПИЛОГ

Статията "Квантувани особености на електромагнитното поле" (Dirac, 1931), в която се предсказва съществуването на позитрона, е посветена всъщност на друга задача. За да обясни "квантуването на електричния товар" (т.е. обстоятелството, че всички товари са кратни на товара на електрона или на протона), Дирак с поразителен обрат на мисълта комбинира електромагнитната теория на Максвел с понятието (от 18-ия век) за изолиран магнитен полюс или монопол. Той показва, че магнитните монополи могат да се включат в квантовата физика без да се разруши всичко, което се гради върху Максвеловата електродинамика, предполагаща, че те не съществуват (изолирано от противоположния полюс), само ако производението от електричния и магнитния товар е цяло число, и двете величини са квантувани. Монополът не е открит и до днес, но ако години наред идеята се разглежда като екзотична (а Паули нарича Дирак "Монополеон"), днес тя е съставна част на всички опити за обединяване на силните и електрослаби взаимодействия и служи като отправна точка в развитието на модната идея за дуалност в квантовата теория на полето и в суперструнните модели.

Поразително е колко много идеи и запомнящи се формули от съвременната математична физика водят началото си от Дирак: от "детерминантата на Слетер" (за антисиметризираната многоелектронна вълнова функция), през цялата квантовомеханична терминология ("бра" и "кет" вектори - от разделянето на английската дума bracket = скоби и т.н.) и понятието за индефинитна метрика, до Файнмановия континуален интеграл и квантуване с връзки (без да повтарям споменатото в предните раздели).

Развитието на природните науки, особено на теоретичната физика, през 20-ия век показва нагледно нещо, което склонните към философско мислене учени може би са разбирали и по-рано: нашите теории никога не са окончателни. Парадоксално: колкото по-значителен е напредъкът в дадена област, толкова повече нови въпроси възникват. В това е щастието и трагедията на творците на науката. Ако

ние изучаваме (и преподаваме) релативистичната квантова теория на полето като завършена наука, то Дирак, а след него и Файнман, съзнават, че задачите, с чието решение всеки от тях се е прославил, са все още нерешени удовлетворително. Да, вакуумът на квантовата електродинамика вдъхва повече уважение от морето от запълнени нива с отрицателна енергия; картината на позитрона като електрон, който се движи обратно във времето (Уилър, Файнман) хвърля нова светлина върху дираковите дупки; разходимостите, дълго разглеждани като бич за теориите с локално взаимодействие на елементарните частици, са успешно изметени (и скрити) под килима чрез съвременната теория на пренормировките. Но няма окончателният отговор на въпросите, които ни вълнуват, може да бъде набор от хитроумни рецепти и правила за смятане? И трябва ли да сме щастливи с теория, в която се залагат като произволни параметри безразмерни величини като наблюдаваните отношения на масите (m_p/m_e , ...), константата на фината структура ($e^2/2\hbar c \approx 1/137$), или загадъчните гигантски числа, като отношението между електромагнитно и гравитационно взаимодействие на протона и електрона, $e^2/Gm_em_p \cong 2.10^{39}$, за които Дирак пише (и говори) до края на живота си? Отговорът на Дирак на тези въпроси е определено отрицателен. Той (както и Айнщайн преди него и Файнман, малко по-късно) не мисли, че задачите, които са го вълнували, са решени окончателно.

Ако и днес делото на Дирак продължава да бъде актуално - не само като история - това говори, че истинският напредък във фундаменталните проблеми на физиката не е толкова бърз, колкото нарастващият поток от публикации се опитва да ни внуши.

Звездите на теоретичната физика във века на революциите са млади хора. Даже на конференция, посветена на 70 годишнината на Хайзенберг (Мюнхен, 1971), център на вниманието беше младият американец Кент Уилсън (бъдещ Нобелов лауреат), а не юбиларът. По отношение на Дирак подобни сцени бяха обичайни: той беше усамотен едва ли не по природа. Но ако следите от сменящите се модни звезди лесно се изтриват, то създателите на квантовата теория продължават да ни вдъхновяват и в навечерието на новото столетие.

Бележки

1) Колоквиум по теоретична и математична физика, Физически факултет на Софийския университет "Св.Климент Охридски", 15 юли 1998 г.

2) Цитатите, без указание на източника, принадлежат на Дирак.

3) Основните използвани източници на биографични данни за Дирак са [3] и [4].

4) Дирак пази писмата на Хайзенберг - на немски - и публикува големи откъси от тях (вж. [5], с. 22-30). Хайзенберг също пазил отговорите на Дирак до края на Втората световна война, когато американските военни власти му ги конфискуват (заедно с целия негов архив) и той и до края на живота си не успява да ги получи обратно. По думите на Дирак ([5], с. 24), ако не са загубени, те може би още се пазят в някоя секретна папка на Американската комисия за атомна енергия.

5) Интересно е, че това съвпада с днешното мнение на Ален Кон, който разглежда работата на Шрьодингер като отстъпление от плодотворния път към некомутативната математика.

6) Наричани обикновено "матрици на Паули", те са намерени независимо от Дирак година преди описваните събития и обсъждани от двамата в Копенхаген през 1927 г. ([5], с. 36).

Литература

А. Спомени на Дирак и статии за него:

1. Michael Berry, Paul Dirac: the purest soul in physics, Physics World, February, pp. 36-40, 1998.

2. From a Life of Physics, Evening lectures at the International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italy. A special supplement of the IAEA Bulletin, Vien, 1969.

3. R. H. Dalitz, R. Peierls, Paul Adrien Maurice Dirac, 8.08.1902 - 20.10.1984, Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society (Roy. Soc., London) **32**, pp. 139-183, 1986.

4. Jagdish Mehra, "The golden age of theoretical physics": P. A. M. Dirac's scientific work from 1924 to 1933. - The Physicist's Conception of Nature, ed. by J. Mehra (D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1973); J. Mehra, H. Rechenberg, The Historical Development of Quantum Theory (Springer, N.Y., Berlin, Heidelberg) **4**, 1982.

5. Recollections of an exciting era - History of Twentieth Century Physics: Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course LVII (Academic Press, N.Y., London 1977) pp. 109-146; страниците се цитират по

русский перевод: П. А. М. Дирак, Воспоминания о необычайной эпохе (Наука, Москва, 1990).

6. Alain Connes, Noncommutative Geometry (Academic Press, N.Y. et al., 1994).

Б. Статьи на Дирак, споменати в текста:

(Dirac, 1925) The fundamental equations of quantum mechanics, Proc. Roy. Soc. (London) **A109**, pp. 642-653.

(Dirac, 1927) The physical interpretation of the electron. Proc. Roy. Soc. (London) **A113**, pp. 621-641.

(Dirac, 1928) The quantum theory of the electron. Proc. Roy. Soc. (London) **A117**, pp. 610-624, Part II *ibid.* **A118**, pp. 351-361.

(Dirac, 1931) Quantized singularities in the electromagnetic field. Proc. Roy. Soc. (London) **A133**, pp. 60-72.

