

БОЗЕ-АЙНЩАЙНОВАТА КОНДЕНЗАЦИЯ: ПАРАДИГМА И РЕАЛНОСТ

Димо Узунов^{*}

Настоящият текст е популярно изложение на доклад, представен на 28.11.2001 г. на семинара на Института по физика на твърдото тяло при БАН по повод Нобеловата награда по физика за 2001 г.



Сатиендра Нат Бозе

1. НАЧАЛОТО

През 1924 г. индийският физик С. Н. Бозе (Satyendra Nath Bose) пратил една своя работа на Алберт Айнщайн, която се оказва знаменателна за развитието на квантовата физика. В този ръкопис Бозе извежда закона на Планк за радиацията на черното тяло, разглеждайки фотоните като газ от частици и удачно прилагайки към тази система условието за термодинамично равновесие; вж. *Приложението (Пр.)*, т. 1. Схващайки общността и полезността на новия подход, А. Айнщайн веднага урежда превода на статията на немски и публикуването ѝ в Германия [1], а скоро след това, прилага подхода на Бозе към макроскопски брой невзаимодействащи (свободни) частици с маса и показва, че при достатъчно ниски температури би следвало да се появява един непознат дотогава вид кондензация – *кондензация в основното квантово състояние, съответстващо на нулев импулс на*

^{*} ст. н. с. – 1 ст. дфн, ИФТТ, БАН

частиците (вж. [2,3]). Кондензираната фаза се характеризира с макроскопски брой (N_0) на частиците с нулев импулс, което означава *съизмеримост* на числото N_0 с общия брой N на частиците: $N_0 \sim N$.

Физическата причина за тази доста необичайна кондензация, а именно, кондензация по Бозе и Айнщайн или *Бозе-Айнщайнова кондензация* (БАК) в импулсното пространство на идеални макроскопски (термодинамични) системи без обичайните междучастичкови взаимодействия, са *квантовите корелации* между частиците, понякога наричани “квантови псевдовзаимодействия.” Тези квантови корелации са от така наречения Бозе тип и съответстват на **Бозе частици** или, накратко, “**бозони**”, притежаващи спин (собствен момент на количество на движение или, с други думи, собствен ъглов момент) $s = l\hbar$, където l е цяло неотрицателно число ($l = 0, 1, \dots$). В този случай квантовите (Бозе-) корелации, явяващи се в статистическото описание на бозонния газ, играят роля на ефективно привличане [4] между бозоните и това позволява появата на БАК.

Другите частици в природата – **Ферми частиците** или “**фермионите**”, имащи полуцелъ приведен (“безразмерен”) спин, $S = (s/\hbar) = (l + 1/2)$, формират идеален газ с квантови корелации от Ферми тип, които имат ефект на псевдовзаимодействия с отблъскване и водят до квантово израждане без кондензация в някое от разрешените квантови състояния (вж. [4,5]). Следователно БАК е характерна за идеални газове от бозони.

С понижаване на температурата на идеалния Бозе газ (ИБГ), при запазване на плътността му постоянна, се стига до *критичната температура* на БАК, T_c , при която БАК всъщност започва чрез “кондензацията” на макроскопски брой частици $N_0 \sim N$. Докато при температура T под критичната T_c , $T < T_c$, кондензираната фракция N_0 е малка част от *целия* газ [$1 \ll N_0 \ll N$ и дори $N_0 < (10^{-2} - 10^{-3}).N$], то при $T \rightarrow 0$, $N_0 \rightarrow N$, което показва, че при температура равна на нула, целият газ попада в кондензираното състояние. Критичната температура T_c е начало и на квантовото израждане на газа, при което той значително се отличава по свойствата си от класическия (Болцманов) идеален газ. Следователно БАК настъпва веднага щом класическата (Болцманова) статистика стане невалидна и системата се превърне в квантова, т.е. поддаваща се на описание от Бозе статистиката.

Така появилото се теоретично предсказание за БАК и заложеният в нея квантов корелационен механизъм, се оказват в основата на обяснението на някои от най-забележителните явления,

открити впоследствие в квантовата физика на реални многочастичкови системи със силни междучастичкови взаимодействия, например свръхфлуидността в хелия и свръхпроводимостта в метали и сплави. Това са родствени на БАК явления, сходни по някои общи черти на симетрия на съответните физически състояния, но по същество са с други физични свойства и определено не съответстват на термодинамичното състояние, получаващо се вследствие на БАК в ИБГ, т.е. на явлението, предсказано от Бозе и Айнщайн.

Отбелязаните приноси [1, 2] на Бозе и Айнщайн са в основата на квантовата статистическа физика, описваща едни от най-забележителните физически явления. В оригинален, “чист” вид, БАК, като явление на преход от една обичайна термодинамична газова фаза в *Бозе-Айнщайнов кондензат* (за който термин ще ползваме отново съкращението БАК), се описва теоретически чрез точно решаемия модел на ИБГ. Свойствата на тази най-проста многочастичкова система са напълно известни.

В хода на годините до сега БАК се оказа най-ярък и подробно изучен пример на спонтанно нарушение на симетрията и поява на квантови фази, имащ неоценимо евристично приложение в най-важни области на теоретичната физика, започвайки от физиката на елементарните частици, минавайки през обилно наситената с примери на фази на спонтанно нарушена симетрия физика на кондензираното състояние и стигайки до някои аналогични явления в гигантските обекти на астрофизиката и космологията.

2. НОБЕЛОВАТА НАГРАДА ПО ФИЗИКА ЗА 2001 г.

Самият Бозе-Айнщайнов кондензат (БАК) в оригинално предсказание му вид, наричан напоследък *нето състояние на материята*, цели 70 години остана експериментално неоткрит, защото в природата не са установени идеални квантово-изродени газове, а изкуственото им формиране в лаборатория доскоро беше непосилно за физическия експеримент. Температурите на втечняване и дори на кристализация на всички познати газове са по-високи от тези на квантово израждане и следователно при понижаване на температурата, при обичайни плътности и налягания, газовете се втечняват далеч преди да са достигнали квантовото си израждане. Методични знания и умения за реализация на макроскопски идеален квантов газ от реални бозони и охлаждането му до температури, необходими за възникване

на БАК, бяха създадени едва през последното десетилетие на отминалия наскоро 20-ти век.

През 1990 г. **Карл Уийман** (Carl Wieman) от Университета на Колорадо привлича **Ерик Корнел** (Eric Cornell) за изследвания по получаване на БАК в Обединения институт по лабораторна астрофизика (Joint Institute for Laboratory Astrophysics, JILA) в Боулдър, Колорадо (Boulder, Colorado), който работи в тясна връзка със споменатия университет и с Националния институт по стандарти и технология на САЩ (NIST). На 05 юни 1995 г. Корнел, Уийман и сътрудници успяват да постигнат БАК в свръхохладен газ от рубидиеви атоми (^{87}Rb) [6a]. Техният първи кондензат съдържа $N_0 = 2000$ атома, охладени до 20 nK (“нано-Келвин”, т. е. 10^{-9} K) при параметри: критична температура $T_c = 100$ nK, критичен брой на атомите $N_c = 2 \cdot 10^4$, критична плътност $n_c = 22 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, време на охлаждане 6 min, а броят на кондензираните атоми за една секунда е равен на 6. Това са параметрите на първия успешен експеримент по БАК.

Да отбележим, че N_c се “отличава” от пълния брой N на атоми в газа само по индекса “с”. Както ще видим при описанието на експеримента, с понижаване на температурата общият брой N на атомите в газа се изменя, но е фиксиран при всяка зададена в експеримента равновесна температура. Следователно ние трябва да предполагаме, че общият брой частици N не е постоянен в хода на експеримента, така че стойността N_c съответства на температура T_c . Да напомним още, че $n = (N/V)$, където V е обемът на газа, а в режима на кондензация под T_c обемът на газа при тези експерименти е бил $V \sim 5\text{--}10 \text{ mm}^3$. Експериментаторите успяват да задържат кондензата за време от 15 s, което “време на живот” на кондензата се оказва достатъчно за убедителна диагностика (експеримент, доказващ, че в системата има макроскопско количество БАК), както и за получаване на други, най-основни резултати.

Това постижение веднага стана тема на водещите новини по света и навлезе в период на по-нататъшни интензивни изследвания.

През август 1995 г. друга изследователска група от САЩ (Randall Hulet's group, Rice University, Texas) докладва [7] недостатъчно убедително резултати за БАК на литиеви атоми (^7Li), като същата група успява година по-късно да представи достатъчни доказателства за “литиевата БАК” (вж. [7]).

През септември 1995 г. **Волфганг Кетерле** (Wolfgang Ketterle) и сътрудници от Масачузетския Технологичен Институт (MIT, Boston,

Massachusetts) постигат убедително БАК от натриеви атоми [6b]. Групата, водена от В. Кетерле, достига кондензат от 500 000 натриеви атома. Други параметри на експеримента при тях са, както следва: $T_c = 2000$ nK, $N_c = 2 \cdot 10^6$, плътност на облака $n_c = 1,5 \cdot 10^{14}$, време на охлаждане 9 s, кондензирани атоми за една секунда – 60 000, сравнително малко време на живот на кондензата – 1 s (вероятно поради по-доброто постижение за T_c и N_c). През 1996 г. тази група значително подобрява резултатите си по стабилизацията, времето на живот (20 s) и броя на кондензираните атоми ($N_0 = 5 \cdot 10^6$) в натриевия кондензат.

През октомври 2001 г. Шведската академия на науките обяви, а на 10 декември 2001 г. присъди Нобеловата награда по физика на Ерик Корнел, Карл Уийман и Волфганг Кетерле: "... за осъществяване на БАК в разредени газове от алкални атоми и за начални фундаментални изследвания на свойствата на кондензатите." Тази награда се равнява на 10 милиона шведски крони (около GBP 730 000).

Да отбележим някои важни обстоятелства, показващи значението на това постижение и справедливостта в присъждането на Нобеловата награда за 2001 г.

Седемдесет години след теоретичното предсказание на Бозе и Айнщайн, Нобеловите лауреати по физика за 2001 г. успяха да надхитрят трудно разгадаемата природа и да постигнат това необичайно пето състояние на материята. Корнел и Уийман създадоха чист кондензат от около 2000 рубидиеви атома при температура 20 nK, което означава 0,000 000 02 градуса над абсолютната нула.

Независимо от тях Кетерле извърши сходни експерименти с натриев газ. Произведеният от него кондензат съдържа повече атоми при по-голяма плътност и може по-успешно да се използва при изследване на свойствата на явлението БАК. Използвайки два различни кондензата, получени едновременно в един експеримент, той успява да получи за пръв път (и то ярка и убедителна) интерференционна картина на квантови материални вълни – квантовите вълнови функции на получените от него кондензати. По този начин той представя допълнително убедително доказателство за кохерентностните свойства на БАК в съответствие с теоретичните предсказания.

Освен всичко това В. Кетерле създаде и поток на малки по размер (< 1 mm) кондензатни капки, "капки от БАК", падащи под действието на земното привличане. Това беше възприето като примитивен "лазерен лъч," състоящ се от кохерентен материален

поток, вместо познатото кохерентно светлинно лъчение. С други думи, обсъждаме устройството “**атомен лазер**,” който би трябвало да създава и насочва в определена посока лъч, “подобен на лазерния,” в който лъч обаче фотоните са “заместени” от атоми. С помощта на такъв апарат може да се изучават важни фундаментални явления от квантовата физика. Както казва В. Кетерле: “БАК сега се разклонява в две различни направления, включващи “атомна оптика” и многочастичкова физика, като тази на свръхфлуидността.”

От 1995 г. до сега над 30 изследователски групи по света също успяха да постигнат БАК, както и нови резултати по свойствата на кондензатите. Освен това беше установено и изследвано явлението в свръхохладени газове от други атоми (H, ^{85}Rb , ^4He , ^7Li , ^{41}K), като резултатите са много и твърде впечатляващи. През 1999 г. друга група от Боулдър, водена от Дебора Джин (Deborah Jin), успява да наблюдава “квантово израждане” на Ферми газ от атоми на калий (^{40}K).

По мнението на много експерти този път наградата е присъдена доста скоро след постижението. Едва ли човек може да се съмнява в така бързо постигнатата увереност, че полученото от авторите термодинамично състояние е именно оригинално предсказанието от Бозе и Айнщайн кондензат на идеалния Бозе газ.

3. МАЛКО ПОВЕЧЕ БАК

Твърде интересна физика се появява дори в идеални газове, когато температурата е достатъчно ниска и термалната дължината на вълната на частиците $\lambda = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/\sigma}$ нарасне и стане съизмерима със средното междучастичково разстояние $a = (V/N)^{1/D}$; $D \geq 0$ е размерността на пространството, а $\sigma > 0$ е параметър, описващ енергетичния спектър на бозоните: $\varepsilon(k) = (\hbar^2/2m)k^\sigma$, където $k = |\mathbf{k}|$ е големината на вълновия вектор $\mathbf{k}$ на бозоните (вж. също *Пр.*, т. 2). По-долу, освен ако не е специално споменато, ще разглеждаме най-обичайния случай на тримерна система ($D = 3$) и параметър $\sigma = 2$, който съответства на енергетичен спектър на реални, невзаимодействащи Бозе частици (атоми); вж. *Пр.*, т. 3. Когато $\lambda \sim a$, чрез горните определения на λ и a , лесно получаваме $T_d \sim (2\pi\hbar^2/mk_B)n^{2/3}$, което е температурата на квантово израждане на газа. Както ще видим по-долу, T_d съвпада с точност до числен коефициент близък до единица с критичната температура T_c на БАК при постоянна плътност на частиците $n = (N/V)$.

При температури $T < T_d$, Дьо Бройлевата термална дължина на вълната λ надвишава средното междуатомно разстояние a , което означава, че вълновите функции на атомите се припокриват и неразличимостта на атомите става важно за поведението на газа. Именно припокриването на вълновите функции на атомите е причина за квантовите корелации между свободните атоми. Същите квантови корелации водят до БАК, ако атомите са с цяло спиново число l и следователно се подчиняват на квантовата Бозе статистика. Според последната разпределението $n(k)$ на атомите по импулс $p = \hbar k$ или по енергии, $\varepsilon(p)$, се дава чрез известното Бозе разпределение (вж. например [4])

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (1)$$

където $\mu \leq 0$ е химичният потенциал, а пълният брой частици се задава чрез сумата

$$N = \sum_{\varepsilon=-\infty}^{\infty} n(\varepsilon) \quad (2)$$

(вж. Пр. т. 4). В класическата граница $|\mu| \gg k_B T$, квантово-статистическите корелации са несъществени и равенството (1) се свежда до Болцмановото разпределение: $n(k) \approx \exp\{[\mu - \varepsilon(k)]/k_B T\}$. За да се извърши пълен термодинамичен анализ, е необходимо да се използва и известният резултат [4, 5] за налягането на ИБГ:

$$P = -\frac{1}{V} \sum_{\varepsilon} \ln[1 - e^{(\mu - \varepsilon)/k_B T}] \quad (3)$$

Както се вижда от (1), при крайни температури $T > 0$, разпределението $n(k)$ е разходящо при $(\varepsilon + |\mu|) \rightarrow 0$, т. е. за $k = \mu = 0$. Това е първата индикация за възможно струпване на бозони в основното състояние ($\varepsilon = 0$, т.е., $k = 0$) при крайни температури, разбира се, ако по-детайлният анализ потвърди тази възможност. Последната се явява както в най-често представяният в университетските учебници случай на ИБГ при експерименталното **условие за постоянен брой N на атомите** [4, 5], така и в случая на **постоянно налягане**, обсъждан досега само в две работи [8, 9].

Да напомним, че при постоянно N сумата отъясно на равенството (2) следва да остава непроменена при понижаване на температурата, а това може да се осигури само ако едновременно с температурата химичният потенциал също намалява по абсолютна стойност по подходящ начин. Така, ако размерността на пространството е $D > 2$, анализът [4, 5, 9] на равенството (2) в термодинамична граница ($N \rightarrow \infty$, $V \rightarrow \infty$, $0 < n < \infty$) показва, че критичната температура е

$$T_c(n) = \frac{2\pi\hbar^2}{[g\zeta(D/2)]^{2/D} m k_B} n^{2/D}, \quad D > 2, \quad (4)$$

където $g = (2S + 1)$ е множителят на Ланде, а Римановата $\zeta(x)$ -функция има стойност $\zeta(2/3) = 2,612$ за обсъждания от нас случай на тримерен ИБГ ($D = 3$). При температури $T \leq T_c$ термодинамичният анализ [4, 5, 10] показва, че $\mu = 0$ и броят атоми N_0 с нулева енергия ($\epsilon = 0$) зависи от температурата, като е съизмерим с пълния брой N , а това, по всички класически и настоящи представи, е БАК.

Да отбележим, че в термодинамична граница [4, 10] термодинамичните променливи N , N_0 и V по твърде естествен начин се заменят съответно с “числовите” плътности на частиците n , $n_0 = (N_0/V)$ и специфичния обем $\nu = (1/n)$. В термодинамичната граница вместо условието за постоянен брой частици се използва условие за **постоянна плътност ($n = \text{const}$)**.

С помощта на (2) може да се определи функцията $\mu(T, n)$ и да се замести в (3), което ще даде уравнението на състоянието, както и ще позволи получаването на всички термодинамични свойства на ИБГ. За целия температурен интервал тази задача е добра за числен анализ, докато в близост до T_c тя е аналитично решаема и дава възможност да се определят свойствата на фазовия преход от нормална фаза в БАК.

Фазовият преход в БАК е особен и наподобява по свойствата си най-вече фазовия преход, описван от сферичния модел по Берлин и Кац (вж. напр. [9, 10]). При $T < T_c$ БАК е фазов преход от първи род, но с доста необичайни свойства за този клас фазови преходи. По свойствата си при $T > T_c$ фазовият преход попада в класа на фазовите преходи от втори род, но тук отново се налагат някои уговорки: докато поведението на параметъра на подреждане (величина, пропорционална на $\sqrt{n_0}$) има поведение на стандартен фазов преход от втори род, то поведението на специфичната топлоемкост [4] не е типично за тези

преходи. Причината за тези особености на фазовия преход в БАК е в термодинамичното условие за постоянна плътност [9, 10]. Заради свойствата при $T < T_c$, споменати по-горе, както и вследствие от изследването на уравнението на Клапейрон за ИБГ, някои автори разглеждат с основание БАК като фазов преход от първи род [5]. Този въпрос остава засега недокрай изучен.

По аналогичен начин може да се опише **БАК при постоянно налягане** ($P = \text{const.}$). В този случай химическият потенциал следва да се определи от равенството (3) като функция на T и P и резултатът да се замести в (2), за да се получи уравнението на състоянието. Тази БАК е възможна при $T > 0$ за всяка размерност на пространството ($D > 0$). Критичната точка се дава с израза [9]:

$$T_c(P) = \left[\frac{\lambda_0^D P}{\zeta(D/2 + 1) k_B} \right]^{2/(D+2)}, \quad D > 0, \quad (5)$$

където $\lambda_0 = (2\pi\hbar^2/mk_B)^{1/2}$. БАК при постоянно налягане е с доста по-различни свойства от БАК при постоянна плътност и остава все още недостатъчно изучена, въпреки че именно тя може да се окаже пряко свързана с много от наскоро проведените експерименти. Отново термодинамичният анализ се прави в континуална граница, валидна за макроскопски газов облак (вж. [8, 9]).

Преходът към континуално описание. Нека отбележим, че споменатата термодинамична граница е прием за провеждане на термодинамичното изследване на една макроскопска система с голям, но не непременно безкраен брой частици. Затова тя не следва да се разглежда в строго математичен смисъл, а като добре обосновано приближение, позволяващо замяната на сумите (2) и (3) с интеграли [4, 10], т. е. извършването на *континуален преход* [последният, а именно, преходът от дискретно към континуално описание е възможен при достатъчно голям брой частици (степени на свобода), така че грешката, въвеждана вследствие на този прием, да е пренебрежимо малка].

В теорията на обичайните в природата многочастичкови системи не големи размери на системата, а такива, надвишаващи само хиляди или дори стотици пъти средното междучастичково разстояние, са достатъчни, за да се използва континуалната граница като приемливо приближение. Когато системата стане още по-малка, така че континуалната граница се окаже причина за непренебрежими грешки от определена важност за експеримента, тогава казваме, че

работим с *малки системи*. [Някои говорят за междинни или мезоскопски (mesoscopic) системи, без това понятие да се покрива с по-горе дефинираните “малки системи” или пък с модните напоследък *нано-системи*]. Както се вижда БАК е макроскопско явление и в това е неговата забележителност и огромно значение.

Да посочим някои характерни свойства на БАК. На интуитивно ниво това явление можем да си представяме, както вече споменахме, като дължащо се на припокриване на вълни на материята, а именно припокриване на вълновите функции на атомите, чиято протяжност се дава с термалната дължина $\lambda > a$. Тъй като има повече от един атом в обем λ^D и атомите се “припокриват” частично или почти напълно (при $T \ll T_c$), вълните на атомната материя започват да “вибрират” кохерентно – “да пеят в хор на един глас.”

Точният параметър на подреждане, описващ стационарна БАК, е вълновата функция $\psi(\mathbf{r})$ на макроскопския кондензат ($\mathbf{r}$ е пространствен вектор), често наричана “кондензатна вълнова функция.” Равновесният параметър на подреждане обаче е статистическото средно $\phi(\mathbf{r}) = \langle \psi(\mathbf{r}) \rangle$. Тази комплексна функция може

да се представи чрез модула си, пропорционален на $\sqrt{n_0}$ и фазата φ : $\phi \sim \sqrt{n_0} \exp(i\varphi)$. Основното състояние е изродено по отношение на фазата φ , т. е. ИБГ има една и съща енергия за всяка фаза $0 \leq \varphi < 2\pi$ и това е свързано с инвариантността на Хамилтониана на ИБГ [4, 5, 10] спрямо **глобални калибровъчни трансформации**, т. е., спрямо изменение на φ с константа, например $\varphi \rightarrow (\varphi + \vartheta)$, където ϑ не зависи от $\mathbf{r}$.

Инвариантността спрямо такива трансформации се нарича **глобална калибровъчна инвариантност** (global gauge invariance). Под “глобална” тук следва да се разбира инвариантност, отнасяща се до газа като цяло, а не за дадена точка ($\mathbf{r}$) в пространството [в последния случай се говори за *локална калибровъчна инвариантност* - инвариантност спрямо трансформации $\varphi \rightarrow (\varphi + \vartheta)$ чрез помощен параметър $\vartheta(\mathbf{r})$, непременно зависещ от $\mathbf{r}$].

Когато $T > T_c$, статистически усреднената кондензатна вълнова функция $\phi(\mathbf{r})$ е равна на нула и симетрията на нормалното (не-кондензатно) състояние на газа съвпада със симетрията на Хамилтониана или, с други думи, това състояние също остава инвариантно по отношение на калибровъчни трансформации на фазите на индивидуалните вълнови функции на отделните атоми. Когато

кондензатът се появи при $T > T_c$, той има определен фазов множител φ , който го характеризира като термодинамично състояние (термодинамична фаза).

Два кондензата с различни фази (φ_1 и φ_2) може да бъдат отличени един от друг при определени експерименти (вж. § 5) и това ги прави две различни термодинамични състояния с еднаква енергия. В такъв случай казваме, че БАК е явление, свързано с нарушение на симетрията на системата, като последната е преминала в състояние с по-ниска симетрия от тази на Хамилтониана. Наистина, докато Хамилтонианът и нормалната фаза са инвариантни спрямо описаните глобални калибровъчни преобразувания, то кондензатът променя фазата си с ϑ . Това понижава симетрията на системата като цяло. Тази симетрийна промяна, от по-висока към по-ниска симетрия, чрез изключване на едно свойство на инвариантност става *спонтанно* с появата на кондензата, което означава, че новото симетрийно свойство се явява с помощта на изменението на термодинамични параметри (например, като T), които по никакъв начин не са свързани със симетрийни промени в системата. Именно поради това такава симетрийна промяна се нарича *спонтанна* и това обстоятелство е причината за честото използване на термина **спонтанно нарушена симетрия**. БАК е едно ярко явление на спонтанно нарушение на симетрията (*spontaneous symmetry breaking*) - термин, въведен за първи път от Голдстоун [11]. Да напомним, че описваната симетрийна промяна става в пространството на параметъра на подреждане - статистически усреднената вълнова функция ϕ на кондензата, която, в хомогенен газ, следва да е пространствено независима.

Друго често срещащо се понятие е **фазова кохерентност**, въведено от Ф. В. Андерсън [12]. То е предназначено да отбележи факта, че за да има ненулева, единна за целия кондензат (макроскопска) вълнова функция ϕ – (термодинамически равновесния) **параметър на подреждане**, фазата φ следва да не зависи от пространствената координата $\mathbf{r}$, т. е. да е една и съща за всички кондензатни атоми. Това вече беше отбелязано в предходния параграф, но нека си представим значението на постоянството на фазата. Ако имаме два кондензата, то всеки от тях ще се описва от своя, обща за кондензата вълнова функция с определен модул и фаза, независещи от $\mathbf{r}$. Тези две макроскопски вълни може да интерферират подобно на електроните от известния експеримент на Дейвисън и Джърмър. Тук обаче става въпрос за два огромни (макроскопски) квантови обекта (“частици”). Наличието на свойството фазова кохерентност или,

накратко, кохерентност на БАК се дължи на факта, че ние използваме статистическото средно $\phi = \langle \psi(\mathbf{r}) \rangle$ за описание на кондензата, който се предполага хомогенен и изотропен [ϕ не зависи от $\mathbf{r}$].

Както виждаме терминологичното различие не пречи да се види почти идентичния физичен смисъл, който е вложен в понятията *нарушена глобална калибровъчна инвариантност* и *фазова кохерентност*. Различните формулировки обаче са полезни в случая, защото наблягат на различни физични аспекти на явлението. Трети термин, отразяващ същата категория физични явления, е въведено от Янг [13] **“недиагонално далечно подреждане”** [*“off-diagonal long-range order”* (ODLRO)]. Тук се набляга на обстоятелството, че в някои случаи на теоретични изследвания, компонентите на параметъра на подреждане (явяващ се вектор), се получават като недиагонални елементи на определен тензор от втори ранг.

Докато важноста на свойството кохерентност на БАК ще се види при обсъждане на експеримента по интерференция на два кондензата (вж. § 5), то обсъждането на нарушената симетрия има голямо евристично значение и осъществява връзката със свойства на други значителни физични явления, например: свръхпроводимост в отсъствие на магнитно поле и свръхфлуидност в отсъствие на вихри (вж. *Пр.*, т. 5). Ако представим комплексното число $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)$ като двумерен реален вектор, (ϕ_1, ϕ_2) , то инвариантността на енергията на кондензата от фазата φ (вследствие, разбира се, от споменатата инвариантност на Хамилтониана), тривиално се формулира като инвариантност спрямо произволни въртения на двумерния вектор на параметъра на подреждане (основното състояние е изродено по отношение на трансформации на въртене в пространството на параметъра на подреждане, т. е. имаме симетрия спрямо определени въртения). Всичко това е възможно, защото в разглежданата система всички въртения на вектора (ϕ_1, ϕ_2) са разрешени, т. е. този вектор може да се върти от малки до големи ъгли на завъртане по “непрекъснат” начин. Затова се говори за *непрекъсната симетрия*. Сега можем да кажем, че за всеки даден кондензат, векторът (ϕ_1, ϕ_2) е зададен и по това този кондензат се различава от друг, описващ се с друг вектор на параметъра на подреждане. Появата на БАК е всъщност поява на ненулев вектор (ϕ_1, ϕ_2) , а това води до специална, отделена посока в двумерното пространство на параметъра на подреждане, съвпадаща с посоката на посочения вектор. Вече има два вида посоки в пространството на параметъра на подреждане с различни физични

свойства: посоката, сочена от спонтанно възникналия равновесен параметър на подреждане (ϕ_1, ϕ_2) от една страна и всички останали посоки в това двумерно пространство от друга. Тази картина е възможна, защото при температури $T > T_c$, има непрекъснат (континуален) набор от разрешени еквивалентни посоки в пространството на параметъра на подреждане, но когато температурата се понижи до $T > T_c$ и се появи ненулевия вектор (ϕ_1, ϕ_2), тази еквивалентност на посоките се нарушава и ставаме свидетели на явлението спонтанно нарушение на **непрекъснатата** симетрия, което е причина и за появата на *Голдстоунови бозони* (вж. напр. [10, 11] или коя да е книга по теория на полето). Представата за непрекъсната симетрия може да се въведе и директно от комплексното число ϕ , без последното да се представя като реален двумерен вектор, като се посочи, че фазата му φ може да се изменя *непрекъснато* в комплексната равнина.

Явлението спонтанно нарушение на непрекъснатата симетрия е много добре познато и се явява в голямо разнообразие, например в магнетизма и физиката на течните кристали, като видът на нарушената непрекъсната симетрия се определя от тензорната природа на параметъра на подреждане: m (≥ 2) - компонентен вектор с реални компоненти или тензор от втори ранг. При БАК ние сме свидетели на най-простия и фундаментален случай на спонтанно нарушение на непрекъснатата симетрия, когато последната се описва с комплексно число или, което е същото, с двумерен вектор с реални компоненти.

В рамките на по-общото описание чрез неравновесния параметър на подреждане – точната вълнова функция $\psi(\mathbf{r})$, понятията спонтанно нарушена симетрия и фазова кохерентност не може да се въведат като точни характеристики на кондензата. Те са точни свойства на системата в състояние на термодинамично равновесие, описвано от средностатистическата величина ϕ . Това означава, че флуктуациите на параметъра на подреждане $\delta\psi = [\psi(\mathbf{r}) - \phi]$ може да доведат при определени обстоятелства до частично или пълно нарушение на свойствата на симетрия, описвани по-горе (за флуктуационни ефекти, вж. напр. [4, 10]). Свойства на симетрия може да бъдат изведени като точни следствия на поведението на статистически усреднените физически величини, което е непротиворечиво свързано с представата за БАК като макроскопско (а не meso- или nano-) физично явление.

Други свойства на БАК ще станат ясни при описание на експериментите.

4. ПРЕДИЗВИКАТЕЛСТВАТА А ПРИРОДАТА И НОБЕЛОВИЯТ ЕКСПЕРИМЕНТ

От годините, от които се помнят ред поколения физици, включително тези, които сега са в най-активна възраст, БАК, без да е експериментално открита, се приемаше като нещо установено и съществуващо. Нещо повече, БАК се оказа парадигма с огромен евристичен принос в изучаването на крупни физически проблеми.

За да си обясним това, важно е да се отбележи, че още от предсказанието му през 1924-25 г., това явление влезе в идеални и непротиворечиви логически връзки с останалите физически знания. Освен това съществуваха някои сходни, родствени черти в механизма и описанието на БАК от една страна и откритата [14] през 1937 г. свръхфлуидност на ^4He от друга, което лесно водеше до неточното внушение за еквивалентност на свръхфлуидност и БАК (поне в кратки и неточни учебни източници). Да, но експертите добре знаеха, че идеалният Бозе газ не може да стане свръхфлуиден, както и че присъщата му БАК, в оригиналния вид, предсказан от Бозе и Айнщайн, е състояние доста различно по физични свойства от един свръхфлуид. Дълги години на значителни успехи на нискотемпературната експериментална физика, за която са характерни тежкото апаратурно въоръжение, сложни методи и изискването за особено тънки експериментални умения, бяха открити невероятни тайни на природата като екзотичните свръхфлуидни и магнитни фази на ^3He при ултраниски температури, квантовият ефект по Хол (всички тези също Нобелово премирани своевременно), но едно доста по-елементарно явление като БАК, остана неоткрито чак до 1995 г., въпреки теоретичното му предсказание от велики учени 70 години преди това.

Проблемът. Вече беше споменато, че трудността за постигане на БАК е в липсата на идеален газ от реални бозони в естествено състояние. Всички природни газове, които са ни известни на Земята, включват доста силно междучастичково взаимодействие и при обичайни плътности се втечняват и дори кристализират далеч преди температурата да се е понижила дотолкова, че те да удовлетворят изискването за квантово израждане или, с други думи, температурата им на втечняване надвишава значително T_d и близката до нея T_c .

Голямото предизвикателство при получаването на БАК е в охлаждането на газ от бозони, така че средното разстояние a между атомите да стане достатъчно малко ($a < \lambda$), за да се осигури достатъчна за БАК плътност на газа, но в същото време, плътността не трябва да е толкова висока, че атомите да могат да рекомбинират (вж. *Пр.* т. 6) в молекули или даже да взаимодействат помежду си; последното би довело до нежелателната в случая, обичайна (Ван дер Ваалсова) кондензация в течност или пък дори до преход в кристал, както става в природата с всички познати вещества при атмосферно или по-високо налягане при интересующите ни микро-Келвинови (μK) температури. Следователно следва да се реши в лабораторни условия сложната задача за получаване на оптимално разреден газ, който да може да бъде смятан за идеален, при това плътността му да е достатъчно голяма, че при ултраниски, но достижими за експеримента температури, да може да се достигне под критичната температура на БАК: $T_c \sim n^{2/3}$.

Експериментални методи. Групата от Боулдър (вж. гл. 2) постигна първоначалното охлаждане на газ от рубидиеви атоми (^{87}Rb) чрез *лазерно охлаждане* – ефект, премиран с Нобелова награда през 1997 г. Насочена срещу движещия се атом, дифузионната компонента на светлинното лъчение оказва “спирачен ефект.” С този нов метод успяват да охладят газа от 600 K (температура, отговаряща на средна скорост на атомите, приблизително равна на 800 m/s) до малко под 1 K (средна скорост 30 m/s). Тъй като методът е ефективен при много разреден газ, а при спиране на атомите от дифузионната компонента на лазерното лъчение, те се локализируют в определен обем с по-висока от началната плътност, то следва лазерното охлаждане да се замени при достигане на температура под 1 K с други охлаждащи методи, чрез които да се постигне заветната свръхниска температура. Последната, по теоретични пресмятания, съобразени с оптимални експериментални плътности на подходящо избраните газове от алкални атоми, е от порядък на μK .

След лазерното охлаждане Нобелово премираните групи от Боулдър и Масачузетс включват т.нар. *охлаждане чрез изпаряване* (evaporative cooling) на най-високоенергетичните атоми, за да се понижи средната скорост на атомите в газа, а оттам и температурата. Терминът “охлаждане чрез изпаряване”, взет направо от литературата на английски, в случая е малко неудачен, защото системата като цяло е некондензирана, така че най-високо енергетичните атоми, които при процес на изпаряване се наричат “пар” са в същото агрегатно газово състояние, както по-ниско енергетичните атоми. Така, в нашия случай

става въпрос за понижениe на температурата чрез *отстраняване* на най-енергетичните атоми. При това, ако не методът на постигането, то поне физическият механизъм на това охлаждане е същият, по който се охлажда отворен термос с чай. Последното става най-вече чрез естественото изпарение на парите на чая. Да напомним също, че в криогенната физика е известен *методът на охлаждане с изпомпване на парите на хелия*, т. е. охлаждане чрез стимулиране на изпарението. Докато за лазерното охлаждане е необходимо газът да е доста разреден, то при охлаждането чрез изпарение е нужна достатъчна плътност, за да може след всеки отделен акт на отстраняване на високоскоростните атоми чрез естествено осъществяващите се удари между останалите атоми да се постигне бързо термодинамично равновесие в остатъчния облак.

Температурата от 1 K, постигната при първоначално лазерно охлаждане и достигнатото при това свиване на газа, се оказват добра стартова “точка” за включване на други експериментални методи, включително механизма на “охлаждане чрез изпарение.” Едновременно с процеса на охлаждане атомите попадат в магнитна потенциална яма с подходяща форма (magnetic trap), където и става кондензацията на малка част от тях. Това се постига с подходящо нехомогенно магнитно поле на свръхпроводящи магнити, като се използва въздействието на магнитното поле върху атомния спин. Тъй като лазерните лъчи също са предназначени да локализират газовия облак в пространството, в определена “яма”, говори се за **оптично-магнитни ями** (magneto-optical traps, “MOT”). Така са постигнати температури под 1 μ K.

С това бяха изброени най-важните методи, използвани при тези (“нобелови”) експерименти [6a, 6b]: (1) лазерно охлаждане, (1) охлаждане “чрез изпаряване”, (3) магнитно-оптично залавяне.

Сега да очертаем в общи линии как са проведени тези експерименти. Естествено, първостепенна задача е облакът от алкални атоми, който ще се подлага на кондензация, да се пази далеч от стените на съда, за да се избегне всякакъв топлообмен и абсорбция. Освен това, поради малките плътности на работното вещество (газа), както в началото, така и в края на експеримента, работното вещество следва да се намира в камера с ултрависок вакуум, който да осигурява незначителни примеси от други атоми. В противен случай остатъчни въздушни молекули биха играли ролята на “истински случайно разпределени примеси” (вж. например [10]), които имат деструктивен ефект върху почти всяка фаза със спонтанно нарушена симетрия,

каквато е и БАК. Последното означава или недостижимост на БАК въобще в система със случайни примеси или постигането ѝ при значително по-ниска температура и модифицирани от примесите свойства, което е нежелателно, а и засега недостижимо при тези експерименти.

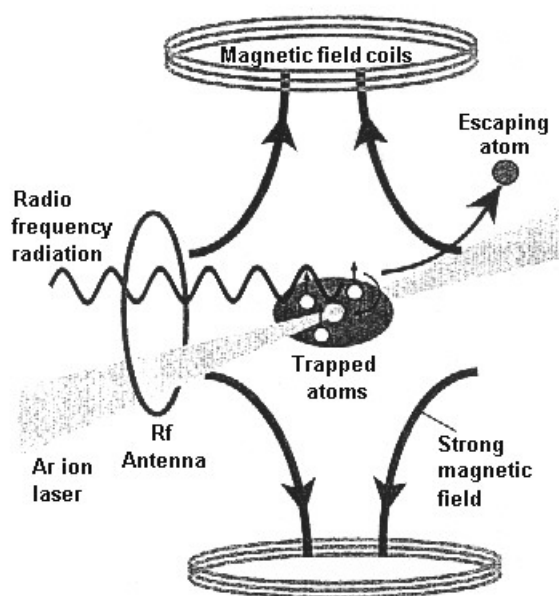
След първоначалното лазерно охлаждане до 30 m/s в ултра-вакуумната камера, атомите се залавят във вече споменатата магнито-оптична яма, осъществена от нехомогенното магнитно поле и от шест лазерни лъча, пресичащи се в центъра на “ямата.” Лазерните лъчи свиват облака от атоми до размери от порядъка на 1 - 3 nm. Светлинното налягане върху атомите и междуатомните удари, осигуряват охлаждане и релаксация до термодинамично равновесие при около 1 mK.

Обичайното лазерно охлаждане обаче има ограничения по температурата и плътността на охлаждаения газ поради известни ефекти, като ефективно нагряване, дължащо се на спонтанната фотонна емисия и абсорбция на разсеяни фотони. За преодоляване на подобни трудности и достигане на желаните температури и плътност, в обсъжданите експерименти е използван т.н. “dark SPOT” (Dark Spontaneous-Force Optical Trap), т. е. яма на залавяне от по-особен тип, която дава възможност да се заловят около 10^{11} атома при плътност 10^{12} cm^{-3} . Тук ограниченията на стандартното лазерно охлаждане са преодоляни чрез лазерно напompване на захванатите атоми до хиперfino състояние, което не взаимодейства със залавящите лазерни лъчи, т.е. явява се “тъмно” състояние (dark state). Необходимото залавяне и охлаждане се осигуряват чрез периодично осигуряван преход на атомите от “тъмно” в “светло” (“bright”) състояние, като в последното те остават сравнително малко време. Оптимизирайки популацията на всяко от тези две състояния (“тъмно” и “светло”), се стига до повишаване на плътността с два порядъка. “Dark SPOT” методиката е била решаваща в експериментите, проведени в JILA и MIT.

По-нататък се прилага охлаждането чрез “изпаряване”. Практически това се осъществява чрез включване на подходящо радиочестотно (RF) поле. Това поле обръща спина на атомите. В резултат потенциалът на залавящата яма от привличащ се превръща в отблъскващ и изхвърля атома от ямата. Важното е, че тази схема е енергетически селективна, защото резонансната честота е пропорционална на магнитното поле и следователно на потенциалната

енергия на атомите. Процесът може да се нагласи така, че от ямата да се изхвърлят само най-високо енергийните атоми.

Така описаните до сега магнито-оптични ями имат “отвор” в центъра, т. е. конфигурацията на магнитното поле е такава, че в центъра то е почти нула и оттам се губят част от атомите (в теорията това е известно като “пропадане по Майорана”, Majorana flop); вж. Фиг. 1. Когато облакът от атоми вече се е охладил много и се е свил до милиметрови размери, загубите на работно вещество през тази “магнитна дупка” стават съществени. За отстраняване на този недостатък, групата от JILA използвала въртящо се магнитно поле, докато групата от MIT - допълнителен лазерен лъч (аргонов лазер, Фиг. 1.) за “запушване” на магнитния отвор. Схематично експериментът, проведен през 1995 г. от групата от MIT [6b], е показан на Фиг. 1.



Фиг. 1. Схема на експеримента в работата [6b]. Атомите се “гонят” далеч от центъра на ямата, показана като тъмен диск, с помощта на лъч от отделен (аргонов) лазер (3,5 W). Rf антената служи при охлаждането чрез “изпарение”.

От 1996 г. до сега експерименталните установки за БАК са подобрени чрез използване на по-подходящи конфигурации на

магнитното поле (т. нар. Ioffe- Pritchard magnetic traps [16], по имената на двамата от авторите).

Освен постигане на БАК, последната следва и да се регистрира, наблюдава, изследва. За наблюдаване поведението на газа е използван методът на *“абсорбционния образ”* (absorption imaging). Този метод отчита (‘‘картографира’’) пространственото разпределение на фотоните, абсорбирани от атомите на газа. От 1996 г. се използва също и методът на наблюдение на БАК чрез *дисперсионно светлинно разсейване*, който отчита еластично разсеяните фотони, като се екранира директно преминаващата (без разсейване) светлина.

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

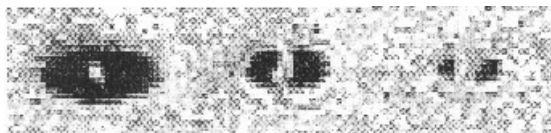
Някои данни за експериментите в Нобелово премираните статии [6a, b] са представени в Таблица 1.

Таблица 1. Представените физични величини са дефинирани в гл. 2.

Статия и група	JILA, [6a]	MIT, [6b]
Атоми	^{87}Rb	Na
Първи кондензат	Юни 1995 г.	Септември 1995 г.
N_c	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^6$
T_c [μK]	0,1	2
n_c [cm ⁻³]	$2 \cdot 10^{12}$	$1,5 \cdot 10^{14}$
N_0	2000	$5 \cdot 10^5$
Време за охлаждане	6 min	9 s
Кондензирани атоми за 1 s	6	60 000
Време на живот	≈ 15 s	≈ 1 s

Ще следваме описанието на резултатите в работата [6b], които изглеждат по-впечатляващи. На Фиг. 2. е показана формата на атомния облак в магнито-оптичната яма при три различни температури, като за образа отляво температурата е най-висока и е над критичната, а при този отдясно тя е най-ниска и доста под критичната $T_c = 2$ μK. При експеримента в MIT се е получило така, че магнитната яма е била доста анизотропна и това е довело до разцепване на атомния облак на две части, разположени в два минимума на потенциалната яма, както се вижда на Фиг. 2. За наблюдаване поведението на газа и определяне на свойствата му, включително за получаване на картинките на Фиг. 2.,

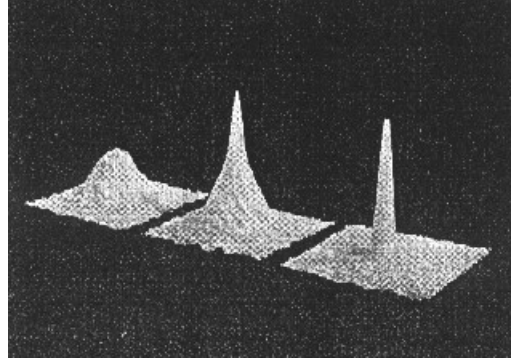
е използван методът на “абсорбционния образ” (absorption imaging), споменат в края на гл. 4.



Фиг. 2. Атомен облак, разцепващ се на две части в анизотропна магнито-оптична яма [6b]. Картинките са получени по фотонно-абсорбционния метод.

При сравнително по-ниски температури, например около T_c , се достига до границата на оптичната разделителна способност за този експеримент, както се досещаме и от най-десния образ на Фиг. 2. Тази трудност била преодоляна по следния начин. Магнито-оптичният залавящ потенциал бил изключен и *разширяващият* се атомен облак бил наблюдаван отново по фотонно-абсорбционния му образ след едно забавяне от 6 ms (време на разлитане на атомите – 6 ms). Абсорбционните образи, показани на Фиг. 3., дават информация за разпределението по скорости на атомите в облака над и под T_c . Това е така, защото най-бързо се разлитат най-високоенергетичните атоми, а най-бавно тези, които са в кондензата (ако има такива, да напомним, че те трябва да са със скорост нула). Тогава пространственото разпределение на атомите ще се фиксира (“снима”) чрез регистрацията на пространственото разпределение на плътността на абсорбираните от атомите фотони.

Решаващото обстоятелство, посочило наличието на БАК при този експеримент на измерване на разпределението по скорости, са забелязаните на експеримента два типа разпределение по скорости за атомни облаци, охладени под T_c . Едното от тях е изотропно термално разпределение, а другото е елиптично ядро, съответстващо на свития кондензат. Това се вижда и от Фиг. 3. Плътното ядро на кондензата, съдържайки атоми със скорост равна на нула, не успява да се разшири дори при изчакване от 6 s. Затова се явява резкият пик в *пространственото разпределение* на абсорбираните фотони, съответстващ на абсорбцията от атомите в “ядрото” (кондензата).

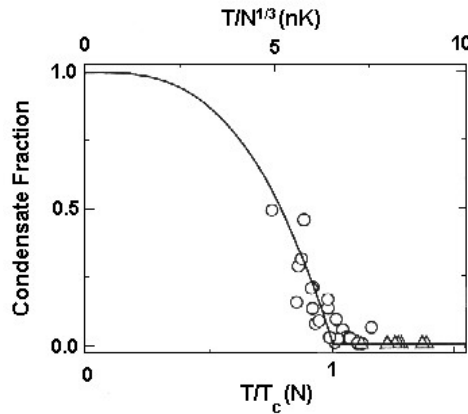


Фиг. 3. Двумерна картина на абсорбционни образи след време на разлитане на атомите (разширение на облака), равно на около 6 ms. Левият образ е от облак, отговарящ на температура малко над $T_c = 2 \mu\text{K}$, образът в центъра съответства на облак, охладен до температура малко под T_c , а образът отдясно е получен от облак, в който допълнително охлаждане чрез “изпарение” е довело до почти чист кондензат (с много малко възбудени атоми) [6b].

Чрез изучаване на образите, получени по времето на разлитане на атомите, както е показано на Фиг. 3., е оценена експериментално кондензатната част (N_0/N) и нейната температурна зависимост под T_c :

$$(N_0/N) = 1 - (T/T_c)^3. \quad (6)$$

Този резултат е в съгласие с теоретичните предсказания за БАК в ями, описвани с хармоничен потенциал [17], както се вижда от Фиг. 4.



Фиг. 4. Кондензатна фракция (N_0/N) в зависимост от (T/T_c) . Плътната линия е теоретична, а експерименталните резултати са от експериментите по “разлитане” на атомите (по [18a]).

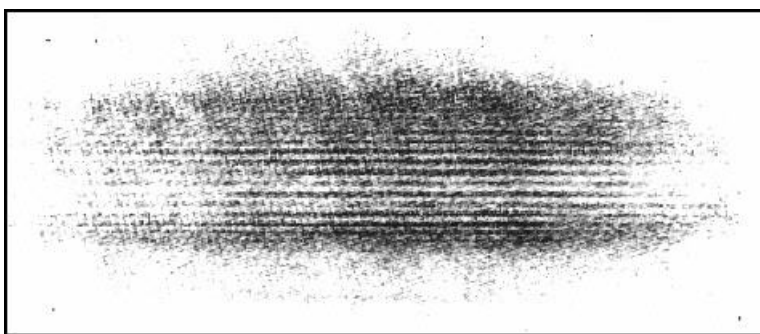
Докато понастоящем се смята, че температурната зависимост (6) не би трябвало да зависи от това дали Бозе газът е идеален или в него има наличие на междучастичково взаимодействие (т. е. неидеален, НБГ), то плътността и размерът на кондензата се очаква да зависят силно от взаимодействието. Без да изясняваме този въпрос подробно, ще отбележим важното обстоятелство, че авторите на експериментите са представили доказателства чрез сравнение на експериментални и теоретични резултати в потвърждение на несъществената роля на междучастичковото взаимодействие в техните експерименти. Това създава увереност, че те са работили с наистина достатъчно разредени атомни облаци, в които междуатомните взаимодействия може да се пренебрегнат и по този начин най-вероятно са получили “в оригинал” изначално предсказаната от А. Айнщайн кондензация на ИБГ.

Досега обсъждахме експерименти, при които в даден момент ямата се “отваря” чрез изключване на магнитното и оптичното залавяне, като *разширяващият* се вследствие на това кондензат се изследва по описания начин чрез абсорбционния метод. Разширяването на газа е необходимо, за да се осигури работа в рамките на разделителната способност на метода и да се получи пространствено разпределение на атомите в облака, съответстващо на техните начални (преди разширението) скорости. Тази техника на работа води до фактическото разрушаване на кондензата с цел изследването му, което е явен недостатък. Освен това тя дава представа за разпределението по скорости, но не и за пространственото разпределение на атомите.

В нехомогенния магнитен потенциал на ямата, кондензатната и нормалната фракции на газа са пространствено разделени и е интересно да се изследва това разделяне. За тази и други цели за удобство при експериментите по БАК се използва наблюдение на атомния облак чрез метода на дисперсионно светлинно разсейване, споменат в края на § 4, при който не се налага изключване на залавящия потенциал и разширяване на облака. Това е метод, който не разрушава кондензата и позволява провеждането на повече експерименти с един и същи кондензат. Поради факта, че за нашите цели беше важно да покажем най-вече експерименталните доказателства, че наистина е постигната БАК, а това направихме чрез разказване на експерименти, проведени по абсорбционния метод, тук няма да се спираме на аналогични заключения, направени чрез метода

на дифузионно разсейване, който в последните години е много предпочитан.

Накрая ще отбележим наблюдаваната от групата от MIT интерференция (вж. Фиг. 5.) на два различни кондензата, като тези, показани в двойната магнито-оптична яма, спомената по-горе. Този интерференционен експеримент недвусмислено показва, че всеки даден кондензат има определена фаза на съответната му вълнова функция, т. е. представлява кохерентно състояние на многочастичкова система (характеристика, въведена в § 3).



Фиг. 5. Интерференционна картина на два кондензата [18a]. Образът е получен по абсорбционния метод. По-тъмните части отговарят на по-голяма степен на абсорбция на фотони.

6. ЗНАЧЕНИЕ НА ОТКРИТИЕТО И ВЪЗМОЖНИ ПРИЛОЖЕНИЯ

Както се вижда от изложението не ни остава друго, освен да се убедим, че БАК по оригиналното предсказание на А. Айнщайн е наистина постигната в експериментални условия чрез един забележителен експеримент. БАК открива пътя към лабораторното изследване на макроскопски квантови обекти (с размери засега от порядъка на 1 mm), което може да доведе до изясняване на основни въпроси на квантовата физика. Това постижение постави още през 1995 г. началото на нови и особено важни изследвания в атомната физика и във физиката на кондензираната материя.

По-нататъшните изследвания на БАК може да се окажат важни за проверка на валидността на фундаментални идеи и представи във физиката на многочастичковите системи, включително в термодинамиката на системите с ограничени размери (“малки”

системи), за изясняване на микроскопичния произход на свръхфлуидността в многочастичкови бозонни системи с междучастичково взаимодействие, за тласък в изучаването на макроскопски квантови интерференционни явления, за повишаване на точността на експериментите по измерване на някои фундаментални константи, а също за евентуален успех по пътя на създаване на “атомен лазер” (за по-подробно обсъждане на последния, вж. например [19a, b]).

В теоретичен аспект особено перспективни са изследванията на влиянието на слабо междучастичково взаимодействие в свръхохладени разреждени квантови газове в условия близки до експерименталните. В частност такива изследвания, съчетани с експериментални, биха могли да доведат до обяснение на прехода от БАК в състояние на свръхфлуидност. Друг важен проблем е връзката между БАК и свръхпроводимостта, като за решаването му са необходими още изследвания, осветляващи БАК на бозони с електричен заряд, отново при отчитане на подходящи междучастичкови взаимодействия. Вероятно ще се наложи теоретичните описания на експериментите, които засега се ограничават в рамките на подхода, основан на уравнението на Грос-Питаевски-Гинзбург [17], да се разширят чрез включване на флуктуационни ефекти, други варианти на описание на ефекта на магнитната яма, както и на задълбочена преценка на ефекта на реалните ограничителни условия (постоянни: плътност и/или налягане).

Да отбележим накратко някои възможни приложения на БАК, по които интензивно се правят изследвания: екситонната и биекситонната кондензация, биполяронната кондензация с оглед евентуални приложения в определени класове (базирани на екситонен, а не на фононен механизъм) високотемпературни свръхпроводници, БАК на позитроний и свръхфлуидност в ядрената материя.

Накрая да посочим някои литературни източници, като например [18], където проблеми на БАК се обсъждат по начин, който е достъпен за неспециалисти. Да споменем и сборника от статии [19], съдържащ ценна експертна информация за теоретичните и експериментални аспекти на изследванията по БАК до 1995 г.

Приложение: Пояснения и допълнения към основния текст

1. Термодинамично равновесие възниква в макроскопски системи, състоящи се от голям брой частици ($N \sim N_A \sim 10^{23}$). Броят частици N може и да е с порядъци по-малък от числото на Авогадро N_A , но във всички случаи той следва да е достатъчно голям, за да се използва термодинамичната граница (вж. също гл. 3, § “Преходът към континуално описание”).

2. λ е величина, аналогична на дължината на вълната, въведена от Дьо Бройл (de Broglie) и понякога я наричат “термална дължината на вълната по Дьо Бройл” или накратко “Дьо Бройлева термална дължина.” Следва да се има предвид, че λ е статистически средна величина, характеризираща квантовите корелации и различаваща се от оригинално въведената от Дьо Бройл дължина на вълната за една частица. Тя може да се използва за оценка на пространствения размер на вълновата функция на атомите в газа в зависимост от температурата. Да напомним също, че: $\hbar = 2\pi\hbar$ е константата на Планк, $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$ е импулсът на атомите, а с m означаваме масата на атомите, която влиза в израза за λ . С k_B е означена константата на Болцман.

3. Някои ефективни (полеви) модели на многочастичковите системи с далекодействащ потенциал на междучастичковите взаимодействия, описват т.нар. композитни бозони (composite bosons) или *квазичастици*, които може да имат енергетичен спектър, описван с $0 < \sigma < 2$.

4. Величините плътност $n = (N/V)$ и разпределението по енергии $n(\varepsilon)$ са различни, като връзката помежду им се дава, като се разделят двете страни на равенството (2) с V .

5. При наличие на магнитно поле Хамилтонианът на свръхпроводника по Гинзбург и Ландау (вж. например [10]) е инвариантен по отношение на определени локални калибровъчни трансформации, но не и спрямо глобални трансформации от обсъждания тук вид.

6. Известно е, че отпреди 1980 г. чак до провеждането на описваните експерименти от 1995 г. водеща по осъществяване на БАК беше групата на Исак Силвера (Isaak F. Silvera) от Харвардския университет (вж. например [15]), която работеше с атомарен водород (H). Техните експерименти от посочения период имаха съществени трудности, една от които е високата степен на рекомбинация на атомите в молекули. При тези експерименти първоначално е използвано охлаждане с помощта на “охладител чрез разтваряне на ^3He в ^4He ”, след това залавяне в магнитно поле и по-нататък охлаждане чрез “изпаряване.” По общи оценки тази група беше твърде близо до осъществяване на БАК.

Литература

1. S. N. Bose, *Z. Phys.* **26** (1924) 178. (Тази статия на Бозе е препечатана в сб. трудове на А. Айнщайн, споменат в [3]).
2. A. Einstein, *Sitzber. Kgl. Preuss. Acad. Wiss., Phys.-math.* (1924), p. 261; *ibid*, (1925) p. 3. Историята на Бозе-Айнщайновата статистика се описва в книгата на А. Pais, *Subtle is the Lord, the Science and the Life of Albert Einstein* (Clarendon Press, Oxford, 1982), Ch. 23.
3. Статиите [2] на А. Айнщайн са препечатани в сб. трудове, вж. напр. *Собрание научных трудов в 4 томах*, под ред. И. Е. Тамма, Я. А. Смородинского и Б. Г. Кузнецова, (Наука, Москва, 1966), т. III, стр. 481 и 489. Изводът на Бозе [1] е представен в съвременна форма в много книги, вж. напр.: R. P. Feynman, R. B. Leighton, and Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, v. 3, *Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1963), Ch. 2.5. [На руски: Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, *Фейнмановские лекции по физике*, тт. 8, 9, *Квантовая механика* (Мир, Москва, 1978), гл. 2, §5.]. Описанието на явлението БАК в идеални квантови (Бозе-) газове при постоянна плътност на частиците се дава в почти всеки университетски учебник по статистическа физика; вж., напр., [4, 5].
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, изд. 3-е, дополненное Е. М. Лифшицем и Л. П. Питаевским (Наука, Москва, 1976); English transl. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, p. I; revised ed. by L. P. Pitaevskii (Pergamon Press, London, 1981).
5. K. Huang, *Statistical Mechanics* (Wiley, New York, 1987).
6. (a) M. N. Anderson, J. R. Enster, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269** (1995) 198, (b) K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Dufree, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 3969.
7. C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1687. Нови резултати са докладвани от същата група на конференция през май 1996 г. [DAMOP Meeting, Ann Arbor, Michigan, May 1996].
8. P. Lacour-Gayet and G. Toulouse, *J. Physique* **35** (1974) 426.
9. L. De Cesare and D. I. Uzunov, in: *Correlations, Coherence, and Order*, ed. by D. V. Shopova and D. I. Uzunov (Kluwer Academic/Plenum Publ., New York – London, 1999), p.29-81.
10. D. I. Uzunov, *Theory of Critical Phenomena* (World Scientific, 1993).
11. J. Goldstone, *Nuovo Cimento* **19** (1961) 154.
12. P. W. Anderson, *Basic Notions of Condensed Matter Physics* (Benjamin – Cummings, Menlo Park, 1984).
13. C. N. Yang, *Rev. Mod. Phys.* **34** (1962) 4.
14. П. Л. Капица, *ДАН СССР* **18** (1938) 21; вж. също *Nature* **141** (1938) 74 (последната статия е получена за печат на 04.12.1937 г.).
15. I. F. Silvera, *J. Low Temp. Phys.* **89** (1992) 287; I. F. Silvera and M. Reynolds, *ibid*, **87** (1992) 343.
16. Y. V. Gott, M. S. Ioffe and V. G. Tel'kovskii, *Nucl. Fusion, Suppl.*, Part 3 (1962) 1045; *ibid*, Pt. 3 (1962) 1284; D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1336.
17. За теорията вж. следните обзори и цит. в тях оригинални статии: Л. П. Питаевский, *УФН* **168** (1998) 641; F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 463.

18. **(a)** C. Townsend, W. Ketterle, S. Stringari, *Physics World*, March 1997, p.
29. **(b)** K. Helmerson and W. D. Phillips, “Atom Lasers”, *Physics World*, 27.11.2001;
www.physicsweb.org/article/world/12/8/8. **(c)** P. B. Andersen and M. A. Kasevich, *Science*
282 (1998) 1686.
19. *Bose–Einstein Condensation*, ed. by A. Griffin, D. W. Snoke, and S. Stringari
(Cambridge University Press, Cambridge, 1995; reprinted 1996).

