

## Как Дирак създаде теорията за спина на електрона

В. И. Арнолд<sup>1</sup>

Наскоро в американската книжка “Законите на Мърфи” намерих ясна класификация на науките: “Ако мирише лошо, това е химия, когато нищо не работи – физика, а когато не може да се разбере нито дума – математика.”<sup>2</sup>

Цял живот аз се боря с тази представа. Според мен, математиката е просто част от физиката, експериментална наука, която открива за човечеството най-важните и прости природни закони. Разликата между математика и физика е само в това, че във физиката експериментите струват милиони и дори милиарди долари, а в математиката – няколко рубли или копейки.

Днес искам да ви покажа как с помощта на най-простите експерименти може да се откриват нови и неочаквани природни закони.

Както Нютон и Пуанкаре, аз смятам най-добрите подобни открития за важни столетия по пътя на прогреса на човешката цивилизация. Някои съвременни математици подкрепят противоположната гледна точка.

Харди, например, обяснява думите на Гаус, че “математиката е кралица на науките” с пълната безполезност и на двете. Директорът на Математическия институт Макс Планк в Бонн написа (в статия, посветена на 2000-годишнината на Исус Христос), че математиката представлява формализирано преливане от пусто в празно, а нейният принос за решаване на основния проблем на днешното постиндустриално човечество се изразява, според него, “в отвличане на най-добрите умове от по-опасни, отколкото математиката, занимания”.

“Някои идиоти смятат – казва той – че математиката е полезна за физиката и техниката” (в статията му думата “идиоти” не фигурира, но той спори именно с мен, тъй като аз му поръчах тази статия от името на Международния Математически съюз, който я публикува през 2000 г.). “Истинската полза”, според неговите думи, “е в това, че ако вместо с проблема на Ферма математиците се занимаваха с усъвършенстване на автомобили или самолети, то вредата би била много по-голяма.”

Аз нямам намерение да усъвършенствам нито автомобили, нито самолети, нито даже криптографията, на която е посветен днешният доклад.

Но аз цял живот следвам рецептата на Дирак, който със следните думи учеше как да се създава Новата Физика:

“Преди всичко – казваше Дирак – трябва да се отхвърлят всички така наречени “физични представи”, тъй като те не представляват нищо, освен термин за означаване на остарелите предразсъдъци на предишните поколения.”

<sup>1</sup> На 13. май 2006 г. големият руски математик, академик Владимир Игоревич Арнолд изнася публична лекция на тема “Сложност на крайни редици от нули и единици и геометрията на крайните функционални пространства”. Текстът на лекцията може да се намери на сайта [elementy.ru](http://elementy.ru). Както често се случва при учени от калибъра на академик Арнолд, освен основното изложение, лекцията изобилства с множество факти от историята на науката, с оригинални мисли, неочаквани подходи и др.п., които сами по себе си представляват интерес. Такъв е случаят и с въпросната лекция – в нейния пространен увод академик Арнолд разказва как Дирак достига до теорията за спина на електрона. Ето защо смятам, че за физиците ще бъде любопитно да се запознаят поне с този увод, а който се заинтересува и от математическото съдържание на лекцията, може да го намери в посочения сайт. (Бел. прев.)

<sup>2</sup> Не мога да се съдържа и ще предложа на читателя и една по-детайлна класификация, която дължим на българския математик от близкото минало, проф. Алипи Матеев. Той казваше: “Има една **свръхестествена** наука – математиката; няколко **естествени** науки – физика, химия, биология и др.; няколко **неестествени** науки – икономика, право и др.; и една **противоестествена** наука – философията.” (Бел. прев.)

Според него, трябва да се започва с красива математическа теория. “Ако тя наистина е красива – казва Дирак – то тя със сигурност ще се окаже прекрасен модел на важни физични явления. Така че трябва да се търсят тези явления, да се развиват приложенията на красивата математическа теория и да се интерпретират като предсказания на нови физични закони”, – така, по думите на Дирак, се строи цялата нова физика, и релативистичната, и квантовата.

Между другото, малцина знаят, че три години преди Хилберт да формулира проблемите си, и десет години преди Айнщайн, Пуанкаре формулира основната задача от областта на математиката, оставена от 19. век като наследство на следващия 20. век. Във формулировката на Пуанкаре основната задача е следната: да се построи математична теория за релативистичните и квантовите явления. Всъщност, той направил това за релативистичния случай – наистина, кой знае защо, Айнщайн до 1945 г. забравял да го цитира. През 45-та година споменал, че Минковски го посъветвал да прочете онова, което десет години преди Айнщайн напечатал приятелят на Минковски Пуанкаре. Така.

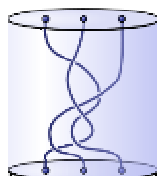
Още по-малко известно е, че идеята за релативистичните електронни уравнения възниква у Дирак от древната математическа теория на сплитките<sup>3</sup>. А именно: тръгвайки от топологията на семейството на елиптичните криви в алгебричната геометрия, Дирак забелязал, че в групата на сферичните сплитки от четири нишки съществува елемент от втори ред, и интерпретирал това свое откритие във вид на теория на спина на електрона, който има две значения (това означава, че за да се върне в предишното си положение частицата трябва да се завърти не на 360 градуса, а на 720).

Това не било разбираемо за никого и затова не му вярвали. За да убеди физиците във верността на съответната странна математическа теорема (твърдяща, че фундаменталната група на групата на въртенията на тримерното пространство  $SO(3)$  се състои от два елемента), Дирак демонстрирал съответния експеримент, като направил своя сферична сплитка от втори ред.

Тази сплитка се прави по следния начин: взема се сфера и друга, по-малка от нея концентрична сфера и двете се съединяват с четири връвчици. Във външната сфера се забиват четири гвоздеа, четири се забиват и във вътрешната и четирите връвчици ги свързват, но така, че връвчиците да не следват радиусите, а да се преплитат помежду си. Втора, точно такава сплитка (точно това се нарича “сферична сплитка”) – втора сплитка, устроена по същия начин, свързва малката сфера с още по-малка.

А сега, ето какво представлява елементът от втори ред. Това означава, че ако се махне средната сфера, ще се получат четири връвчици, свързващи най-голямата с най-малката. И ето, те се оказват не преплетени: те се преплитаха между голямата и средната сфери, преплетени бяха и между средната и малката сфери. А ако се махне средната, то между голямата и малката може с непрекъснато преобразование да ги преместим така, че да станат радиални, незаплетени. Получава се тривиална сплитка.

<sup>3</sup> Според Уикипедия, теорията на сплитките е раздел от топологията и алгебрата, който изучава сплитките и групите от сплитки, състоящи се от техните класове на еквивалентност. На фигурата е показан пример за сплитка от три нишки, които свързват две успоредни плоскости. По-долу става дума за сплитки, които свързват концентрични сфери.



Това е въпросната математическа теорема, която Дирак и доказал. За целта Дирак направил трите сфери и изгорил средната. Сферите се оказали свързани с не завързани връвчици и физиците повярвали в теорията на спина. Това е начинът, по който той доказал това.

Между другото, днес нито физиците, нито математиците вече не знаят как е станало. Може би само аз прочетох у Дирак как се прави това и как той го е измислил. А физиците вярват в спина, защото така е казано, за него дават Нобелови награди, значи, това вече е известно на всички, то е нещо велико, знаменито. И всички вярват, просто защото е казано, че това е така.

Та, ето как е било. Всъщност, това откритие на Дирак – теорията на спина – е основана на експеримент, който доказва математическа теорема.

Затова и аз ще започна сега разказ за моите експерименти, които ще ви покажа, но преди това ще направя една предварителна забележка по отношение на доклада.

Фарадей, който се изучил по пътя на самообразованието, пръв организира публични лекции за слушатели със слаба подготовка, и тези лекции били забележителни. В резултат от лекциите си Фарадей достигнал до следния извод: “Истински поучителната лекция никога не може да бъде популярна, а истински популярната никога не постига истинска поучителност.” Аз ще опитам да опровергая тази гледна точка на великия физик (теориите на който представляват основа на съвременната цивилизация, след като Максвел ги записва математически във вид на своята знаменита система от уравнения.)

(И по-нататък авторът наистина успява по един ясен, убедителен и наистина популярен начин да въведе основните понятия и твърдения на математическата теория, свързана с понятието сложност, когато се разглеждат редици, състоящи се от краен брой нули и единици. Читателят, който прояви любопитство и прочете текста на цялата лекция в посочения сайт, ще разбере например кой е критерият, според който редицата 010011 е по-сложна от редицата 010101. Бел. прев.)