Математически закачки

Ползата от лъжите

Лъжата представлява полезно твърдение, понеже от една лъжа по логичен път може да се извлекат всевъзможни твърдения. В това отношение е добре известна дискусията от началото на 20. век между двама професори от Кеймбридж – математикът Годфри Харди и философът Мак Тагарт. Мак Тагарт пита: "Ако 2 + 2 = 5, как би могъл да докажеш, че аз съм папата?" Харди отговаря: "Ако 2 + 2 = 5, тогава 4 = 5; изваждаме от двете страни на равенството 3 и получаваме, че 1 = 2. Но Мак Тагарт и папата са двама – следователно Мак Тагарт и папата са едно!"

Дефиниция за "добро пиене"

(из студентския фолклор от 50-те години на 20. век)

Преди да се дефинира *добро пиене*, трябва да се даде определение на *първа производна на пиене*. Определението гласи:

Първа производна на едно пиене се нарича пиенето, организирано с парите от продажбата на празните бутилки, останали след началното пиене.

След като вече понятието *производно пиене* е определено, преминаваме към въпросната дефиниция:

Едно пиене може да се смята за ***добро****, ако втората му производна е различна от нула.*

Задача: Оценете колко бутилки бира трябва да бъдат изпити на едно пиене, за да бъде то *добро*.

За множеството на дисертациите

Математиците наричат едно множество *подредено*, ако между всеки два негови члена може да се постави знак "<" или ">". Множеството на реалните числа обикновено се дава като пример за подредено множество, а множеството на комплексните числа – за неподредено.

Изследването на многогодишната практика на десетки научни съвети, на комисиите на ВАК и на самата висша атестационна комисия са довели до фундаменталното заключение, че:

Множеството на дисертациите е неподредено множество, защото на всяка провалена дисертация може да се съпостави поне една по-слаба от нея, но успешно защитена.

Загадката на младата майка

Задача. В определен момент една майка е 21 години по-възрастна от детето си. След 6 години майката ще бъде 5 пъти по-възрастна от детето си. Къде е бащата?

Решение. Нека първо намерим възрастта x на детето. Ако означим възрастта на майката с y, условието ни осигурява две уравнения за двете неизвестни:

$$y = x + 21$$
$$y + 6 = 5(x + 6).$$

Оттук намираме $x = -3/4$. Тъй като използваната в условието единица за време е година, 3/4 от годината е 9 месеца. Следователно в момента, който се има предвид в условието, детето е на **минус** 9 месеца.

Отговор. Бащата е някъде много близо до майката.

i^i е реално число!

Наистина, да използваме, че $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$:

$$i^i = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^i = e^{(i.i)\frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}} = 0{,}22144...$$

Тъй като комплексната експоненциална функция е периодична, това е само една от безкрайно многото стойности на i^i. Останалите се получават от израза:

$$i^i = \left(e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)}\right)^i = e^{-\left(\frac{1}{2}+2k\right)\pi},$$

като даваме на k различни целочислени стойности.

“Доказателство”, че π = 0!?!

Тръгваме от очевидната редица верни равенства:

$$e^1 = e^1.1 = e^1.e^{2\pi i} = e^{1+2\pi i}.$$

Прилагаме това равенство двукратно:

$$e^1 = e^{1+2\pi i} = \left(e^{1+2\pi i}\right)^{1+2\pi i} = e^{(1+2\pi i)(1+2\pi i)} = e^{1-4\pi^2+4\pi i}.$$

От сравняването на степенните показатели на първия и на последния изрази следва:

$$\pi = 0,$$

което трябваше да се “докаже”.

Пол Ердьош: Математикът е машина, която преобразува кафета в теореми.

Брахмагупта: Човек, който може да реши в цели числа уравнението $x^2 - 92y^2 = 1$ за по-малко от една година, е математик.

За свойството *нормалност* на числото π

Известно е, че цифрите на π издържат успешно всички тестове за случайно разпределение (вж. mathworld.wolfram.com/PiDigits.html). Обаче свойството *нормалност* никога до сега не бе доказано. Това е и най-големият отворен въпрос, свързан с π. Ако числото π е *нормално*, т.е. ако всички цифри и всички комбинации от цифри в неговото десетично представяне се срещат еднакво често, тогава всеки текст, който е бил написан до сега, както и текстовете, които ще бъдат написани някога на всеки говорим език, може да бъде намерен закодиран сред цифрите на π. Макар че не е доказано, съществуват силни подозрения, че това свойство е валидно за π. Разбира се, това не означава, че цялата човешка мъдрост е затворена в някакво просто множество. Свойството нормалност не е нещо изключително. Това свойство притежава например числото 0,123456789101112131415161718192021..., както и редица други.

Възможно е теорията на хаотичната динамика да помогне за решаване на проблема за нормалността на π.

Странно свойство на експонентата

Известно е, че върху числовата ос рационалните числа са разпределени *гъсто*, т.е. – във всяка околност на едно рационално число, колкото и малка да е тя, има поне едно, но друго рационално число. Поради това и точките в равнината, чиито две координати са рационални числа, също са разпределени гъсто. Представете си, че всяка точка в равнината, чиито две координати са рационални числа, е синя. Представете си след това графиката на функцията $y = e^x$. Въпреки гъстотата на "сините" точки, **единствената** "синя" точка, през която минава тази графика, има координати ($x = 0$, $y = 1$)! Т.е. това е единствената точка от графиката, на която **и двете** координати са рационални числа.

Математическа логика?

Английският математик Дж. Литълууд написал статия, която публикувал във френски списание. Тъй като не владеел френски език, той помолил свой приятел – френския математик професор Рис, да преведе статията. Краят на публикацията изглеждал примерно така:

"*..., което трябваше да се докаже*[1].

---

[1]*Аз съм много признателен на проф. Рис за превода на настоящата статия*[2].

---

[2]*Аз съм признателен на проф. Рис за превода на предходната бележка*[3].

---

[3]*Аз съм признателен на проф. Рис за превода на предходната бе лежка.*"

Когато попитали Литълууд защо, бидейки толкова скрупульозен, не е продължил да множи бележките под черта до безкрайност, той отговорил: "Колкото и лошо да знам френски, аз все пак съм в състояние да *препиша* една френска фраза."

Из книгата на Мартин Гарднер *Математические досуги* (М., "Мир",1972).

А в кн. 2/2011 на сп. *Светът на физиката* намираме откъс от книгата на Питър Фройнд *Страст за откривателство*, в който се цитират следните два принципа:

Принцип на Арнолд: Ако някое понятие, някоя идея или някой резултат носи нечие име, то това не е името на неговия откривател.

Принцип на Бери: Принципът на Арнолд се отнася и за самия принцип на Арнолд.

Владимир Игоревич Арнолд (1937–2010) е съветски и руски математик, академик, а Майкъл Бери (1941) – английски професор по математична физика.

Математиците и Дираковата δ-функция

Във Физическия факултет на Московския държавен университет лекциите по математика четял забележителният учен и педагог В.И.Смирнов, чиито 5 тома Высшая математика през 50-те и 60-те години на 20. век бяха много популярни и у нас, наред с висшите математики на друг забележителен съветски математик и педагог – Г.М.Фихтенголц. Веднъж по време на лекция Смирнов решил да разкаже на студентите си за свойствата на въведената от Дирак делта-функция. Известно е, че дълго време математиците не възприемали идеята за въвеждане на подобен вид функции – т.нар. разпределения. Ето защо, преди да започне да говори, Смирнов помолил да затворят добре вратата, казвайки: "Не дай си Боже по коридора да мине професор Г.М.Фихтенголц и да чуе моето обяснение за делта-функцията – тогава той ще спре да ми подава ръка!"

Когато Питагор доказал прочутата си теорема, решил да устрои огромно пиршество и поканил на него всички знатни граждани на Атина. За целта били заклани триста бичета. Оттогава насам говедата ненавиждат учените.

Харди и Рамануджан

Гениалният индийски математик Сриниваза Рамануджан Аенгор (1887–1920) знаел огромен брой знаци в представянията на e, π и на други числа във вид на десетични дроби. Тъй притежавал поразителната способност да забелязва аритметически закономерности, като разглежда търпеливо огромен числен материал – изкуство, което виртуозно владеели Ойлер и Гаус. ... Големият английски математик Томас Харди си спомня как веднъж посетил болния Рамануджан в болницата и казал, че е пристигнал с такси със “скучния” номер 1729. Рамануджан се развълнувал и възкликнал: “Харди, как така бе, Харди, това число е най-малкото естествено число, което може да се представи като сбор от кубове по два различни начина!” ($1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$) В книгата си за творчеството на Рамануджан Харди остроумно отбелязва, че “всяко естествено число беше личен приятел на Рамануджан”.

По книгата на С. Г. Гиндикин *Рассказы о физиках и математиках*, МЦНМО, НМУ, 2001.

Как Фон Нойман решава задачата за мухата

В сборниците със задачи по физика често се среща следната задача:

Два влака се движат един срещу друг, всеки със скорост 50 km/h. В момента, когато разстоянието между тях е 200 km, муха излита от локомотива на единия влак и със скорост 75 km/h лети към другия влак. Щом го пресрещне, тя се връща обратно, среща първия влак, отново сменя посоката на полета и т.н. – докато влаковете се срещнат. Колко е дължината не прелетения от мухата път?

Задачата, разбира се, се решава на два реда: относителното скорост на влаковете един спрямо друг е (50 + 50) = 100 km/h. С тази скорост разстоянието от 200 km те изминават за 2 h, а за това време мухата прелита път с дължина 2.75 = 150 km.

Съществува, разбира се, и друго решение: по своята начупена траектория мухата се среща с всеки от влаковете безкраен брой пъти. За да се намери общият изминат от нея път трябва да се сумира безкраен ред от намаляващи разстояния, който ред е сходящ.

Когато поставили задачата за мухата на Джон Фон Нойман, един от гениалните математици на 20. век, той се замислил за миг и отговорил: “Разбира се – 150 km!” На въпроса как я е решил толкова бързо, отговорил: “Просумирах реда.”

По книгата на Р. М. Смаллиан *Как же называется эта книга*, М.,”Мир”, 1981.

Най-прочутото равенство

Някъде около началото на XXI век английското списание *Physics World* задава на читателите си въпроса *Кое е най-прочутото равенство?* Според броя на получените гласове, в първата десятка намират място и Айнщайновото $E = mc^2$, и Нютоновото $F = ma$, и уравненията на Максуел, и Болцмановото $S = k\ln W$. Със значителна преднина пред останалите обаче се оказва формулата на Ойлер:

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Тази формула гениалният математик извел с помощта на откритата преди това формула на Муавър. Забележителното в това равенство е, че то свързва петте основни величини в математиката: 0, 1, e, π и $i = \sqrt{-1}$, и **само** тях.

За формулата на Ойлер Э. Каснер и Дж. Р. Ньюман в книгата си *Математика и воображение* пишат, че тя е “*лаконична, изящна и изпълнена с дълбок смисъл*”.

За тази формула американският математик Б. Пирс казва веднъж пред студентите си: “Господа, аз съм уверен, че написаното равенство е напълно парадоксално. Ние не сме в състояние да го разберем и не знаем какво означава, обаче ние го доказахме и затова смятаме, че то трябва да бъде вярно.”

На изпит по висша математика

След като не получил никакъв отговор на изтеглените въпроси, професорът решил все пак да провери до къде може да стигне невежеството на студент, който се явява на изпит по висша математика. Написал на лист $\frac{8}{0}$ и попитал студента: “Можете ли да кажете на колко е равен този израз?”. Отново мълчание, след което той сам отговорил, дописвайки $\frac{8}{0} = \infty$. Искайки да провери дали студентът все пак притежава някакви, макар и зачатъчни, способности да разсъждава, преподавателят задал следващ въпрос: “Можете ли да допълните равенството $\frac{5}{0}$ = ?”. Най-сетне студентът проявил някаква активност, написал нещо на листа и го върнал на преподавателя, който с изумление констатирал, че след знака за равенство стои цифрата 5, завъртяна на 90 º!

Не може да се отрече, че от определена гледна точка отговорът е логически издържан...

Колежката ми Екатерина Грънчарова твърди, че описаният случай е реален.

Един клас конуси...

Математикът проф. Владимир Чакалов, син на математика акад. Любомир Чакалов, някъде в края на 40-те или началото на 50-те години на 20. век бил аспирант (по днешната терминология – докторант) в тогавашния Физико-математически факултет. Заместник декан на факултета по научната част бил доц. Петко Иванов – ръководител на катедрата по методика на преподаването. В качеството си на такъв той заповядал всички аспиранти да представят темите, по които работят. Владко Чакалов написал, че работи по тема *Върху един клас конуси*. П. Иванов го извикал и му казал, че темата звучи твърде общо и трябва да я конкретизира. Говореше се, че Владко „конкретизирал” темата си по следния начин: *Върху един клас конуси в България*. Той беше известен майтапчия и не е изключено историята да е истинска...