

Курс "Приложна електродинамика"

Обзор на числените методи за анализ на електродинамични структури

Лектор: доц. д-р Пламен И. Данков
София, ноември 2005 г.

1

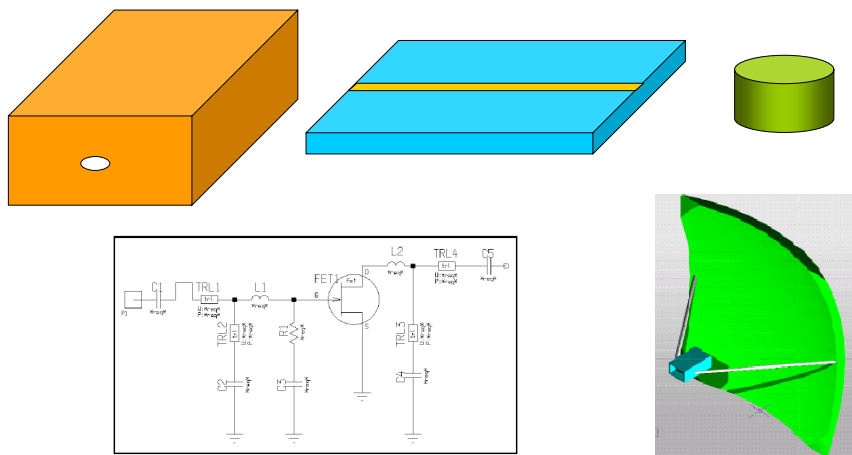
Обзор на числените методи за анализ на електродинамични структури

Теми:

- ▲ Измерими параметри на устройствата, използвани при анализа
- ▲ Приблизени методи: СВЧ калкулатори и схемни симулатори
- ▲ Съвременни числени методи: структурни симулатори (2D, 2½D, 3D)
- ▲ Квази-оптични и статистически методи : анализ на радио-канални

2

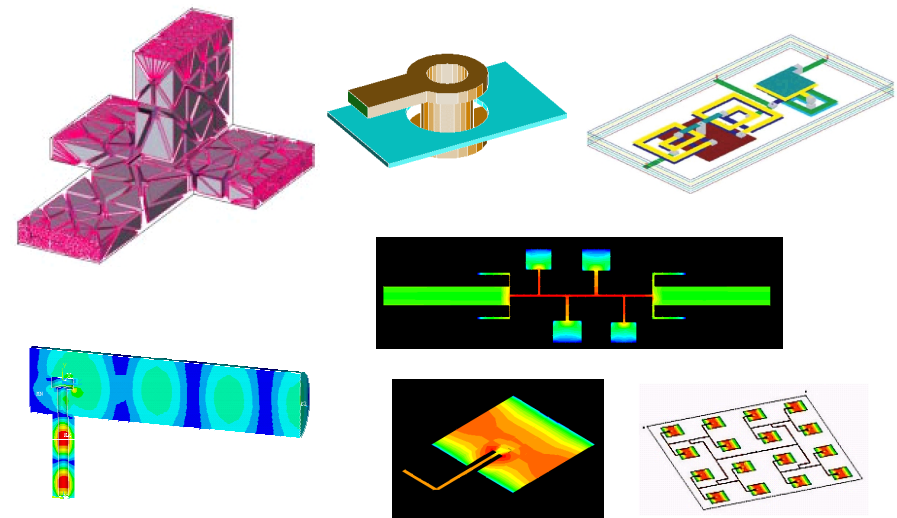
Как могат да се анализират тези устройства и схеми?



Точни аналитични и приближени методи

3

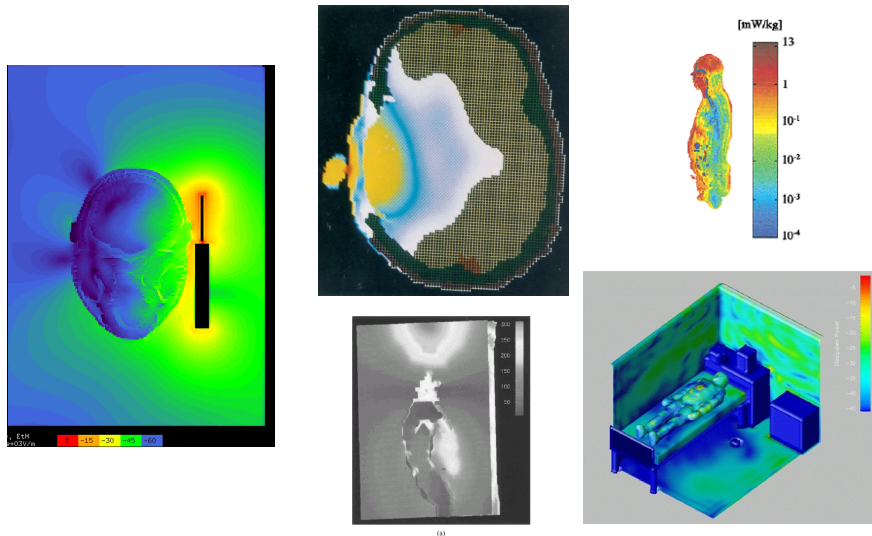
Как могат да се анализират тези устройства?



Числени методи и структурни симулатори

4

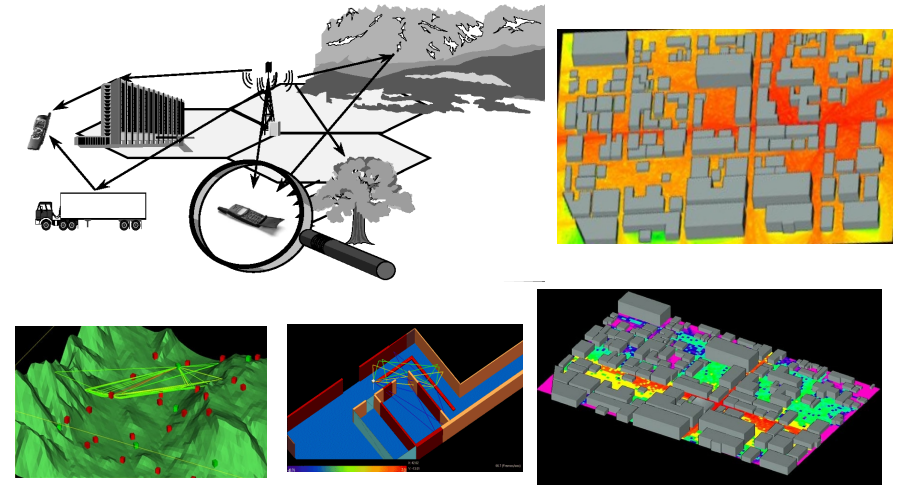
Как могат да се анализират EMC проблеми?



3D структурни симулатори

5

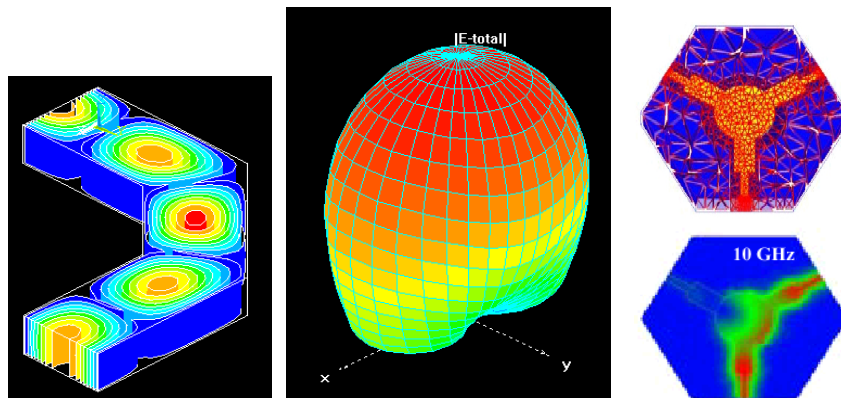
Как могат да се анализират радио-комуникационни среди?



Квази-оптични и дифракционни методи

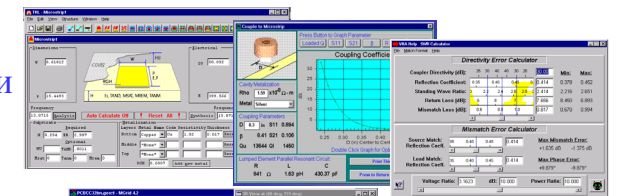
6

Freeman Dyson, физик: “Днес двигател на научните революции по-често са новите инструменти, отколкото новите концепции”
(Physics World, pp. 33-38, August 1993)

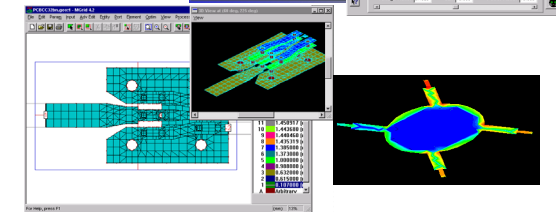


Типове CAD програми и симулатори

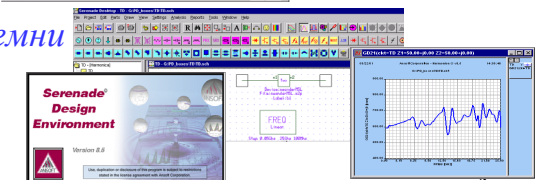
• Микровълнови калкулатори:



• EM структурни симулатори:



• Микровълнови схемни симулатори:

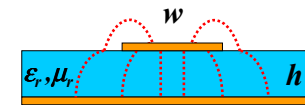


ОСНОВНИ ВЕЛИЧИНИ, ОПИСВАЩИ МИКРОВЪЛНОВИТЕ УСТРОЙСТВА И СРЕДИ

Примери: микровълнови калкулатори за
прости структури и среди

9

Планарни предавателни линии

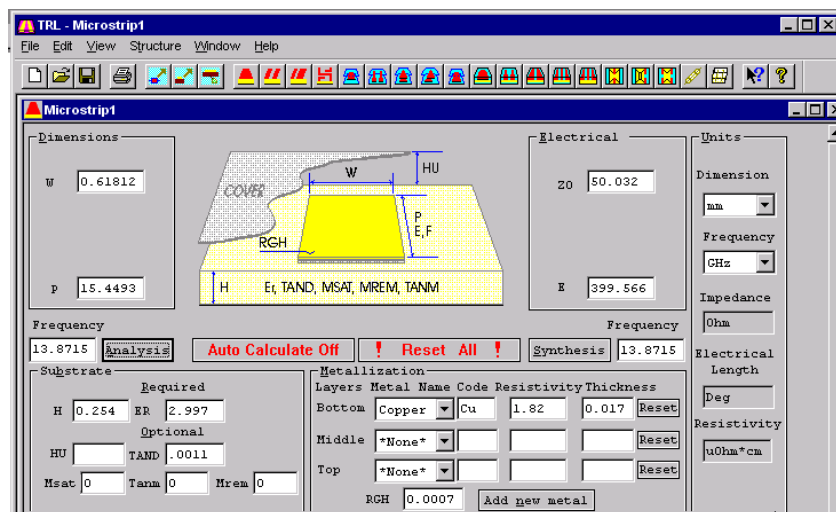


Параметри:

- геометрични размери: височина, ширина, дължина; материални константи на подложката ϵ_r, μ_r ; метализация, грапавост и др.
- Електродинамични параметри: характеристичен импеданс; ефективна диелектрична проницаемост; константи на разпространение и затихване, дължина на вълната във вълновода и др.

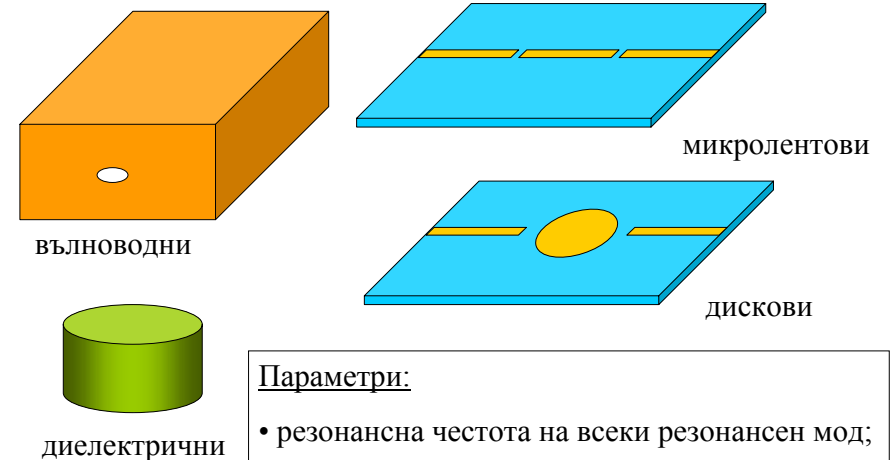
10

TRL калкулатор към симулатора Ansoft@SERENADE 8.7



11

Микровълнови резонатори

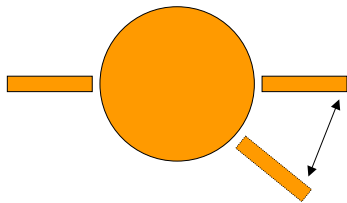


Параметри:

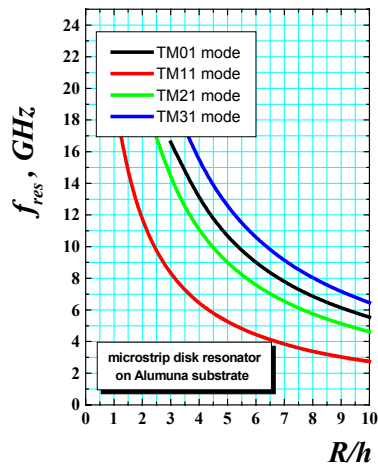
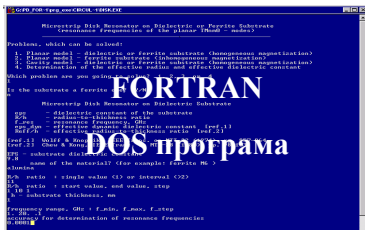
- резонансна честота на всеки резонансен мод;
- качествен (Q-) фактор; коефициент на връзка

12

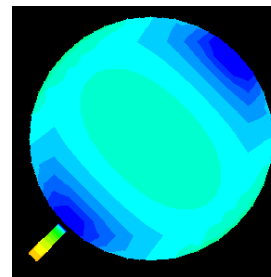
Пример: Дисков резонатор



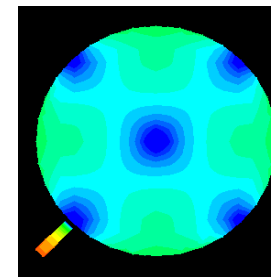
Планарни TM_{mn} - модове



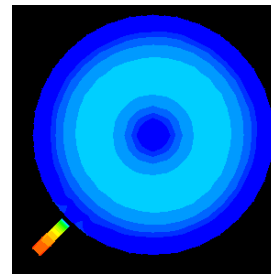
13



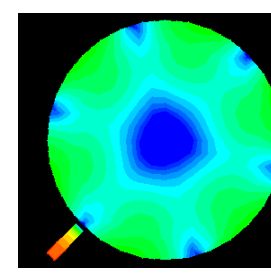
$TM_{11}, f = 4.1 \text{ GHz}$



$TM_{21}, f = 6.9 \text{ GHz}$

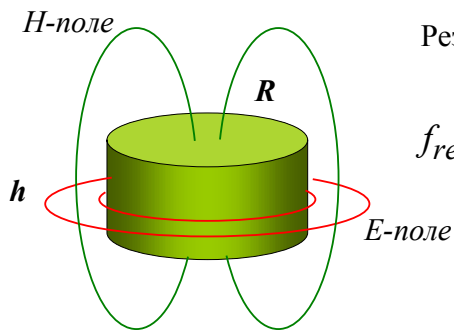


$TM_{01}, f = 8.4 \text{ GHz}$



$TM_{31}, f = 9.5 \text{ GHz}^{14}$

Друг пример: диелектричен резонатор



$TE_{01\delta}$ - мод

“магнитно-диполен мод”

$$0.5 < R/h < 2; \epsilon_r \cong 30-50$$

Резонансна честота:

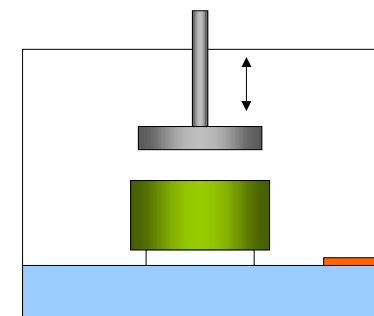
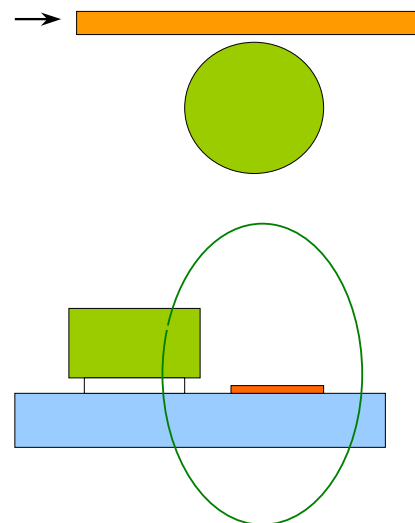
$$f_{res}, \text{GHz} = \frac{0.034}{R\sqrt{\epsilon_r}} \left(\frac{R}{h} + 3.45 \right)$$

95% от електричката и 60% от магнитната енергия, запасена в резонатора, са съсредоточени извън диелектрика (т. е. във въздуха)

$$\Rightarrow Q\text{-фактор} \cong 4000-10000$$

15

Възбуждане на резонатора с микролентовата линия



Около $\pm 10\%$ пренастройка около резонансната честота

16

CARD - DR калкулатор на фирмата Trans-Tech

Cavity Configuration

File Edit Functions Units Trans-Tech Help

Cavity Resonant Frequency
 Desired Frequency: 6.000 GHz
 Calculated Frequency: 6.000 GHz

Buttons: Re-Select DR, Auto Tune, Couple to Microstrip

Resonator Part Number: C8733 - 0405 - 151 - 083
 Support Part Number: SPT - 120 -A- 040

Resonator Parameters
 Dr: 0.405 in Lr: 0.151 in
 dr: 0.083 in ϵ_r : 30.00
 Tcf: 0 ppm/C

Package Dimensions
 Do: 1.215 in Lo: 0.546 in

Substrate Parameters
 Lsub: 0.050 in ϵ_{sub} : 9.80
 Type: Alumina (99%)

Dielectric Support
 Standard Parts: Ds= 0.120 : Ls=0.040
 Ds: 0.120 in Ls: 0.040 in ϵ_s : 6.30

Tuning Screw Extension
 None Lt: 0.165 in Full

Do=1.215 (Not to Scale)

Schematic diagram showing dimensions: Lt=0.165, Lr=0.151, Dr=0.405, dr=0.083, Ls=0.040, Ds=0.120, Lo=0.546, Lsub=0.050.

17

Връзка на резонатора с микролентовата линия

Couple to Microstrip

Press Button to Graph Parameter
 Loaded Q S11 S21 β RL (dB) Ins L (dB)

Coupling Coefficient

Graph showing Coupling Coefficient vs D (in) Center to Center. The curve starts at approximately 30 for D=0.25 and decreases to about 5 for D=0.50.

Cavity Metalization
 Rho: $1.59 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$
 Metal: Silver

Coupling Parameters
 D: 0.3 in S11: 0.894
 β : 8.41 S21: 0.106
 Qu: 13644 Ql: 1450

Lumped Element Parallel Resonant Circuit

R	L	C
841 Ω	1.63 pH	430.37 pF

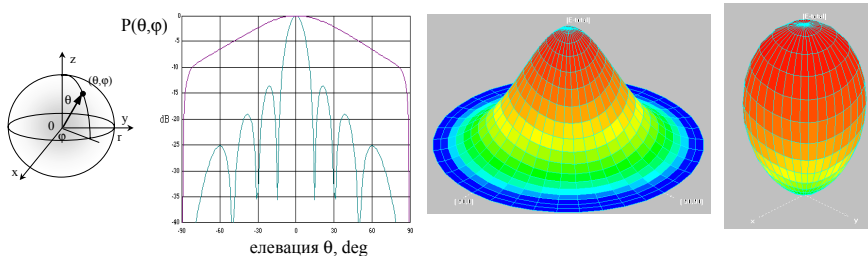
Buttons: Print This Window, Press to Return to Cavity Config

18

Микровълнови антени

Параметри:

диаграми на насоченост, ширина на главния лъч, ниво на странични листа, коефициент на насочено действие, усиляване и др.



19

Пример за антенен калкулатор: рупори и рефлектори

SABOR: HORNS AND REFLECTORS ANALYSIS SOFTWARE

Menu Horn Options Model Dimensions Pattern Compare Help

Directivity = ?
 Beamwidth -3 dB = ?
 Phase centre = ?
 Spillover etc. = ?

Radiation pattern

Graph showing radiation pattern vs angle. The plot shows a main lobe centered at 0 degrees and side lobes.

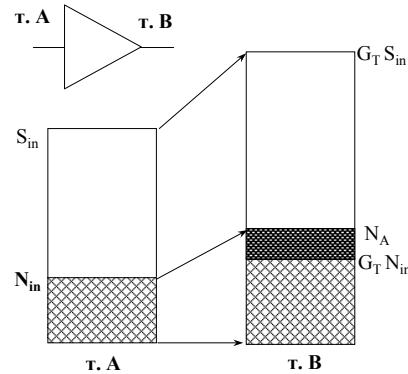
Parameters:
 d = 2.03
 D = 12
 R = 25
 L = 20.8
 s = 0.24
 f = 10 GHz

20

Шум в устройствата

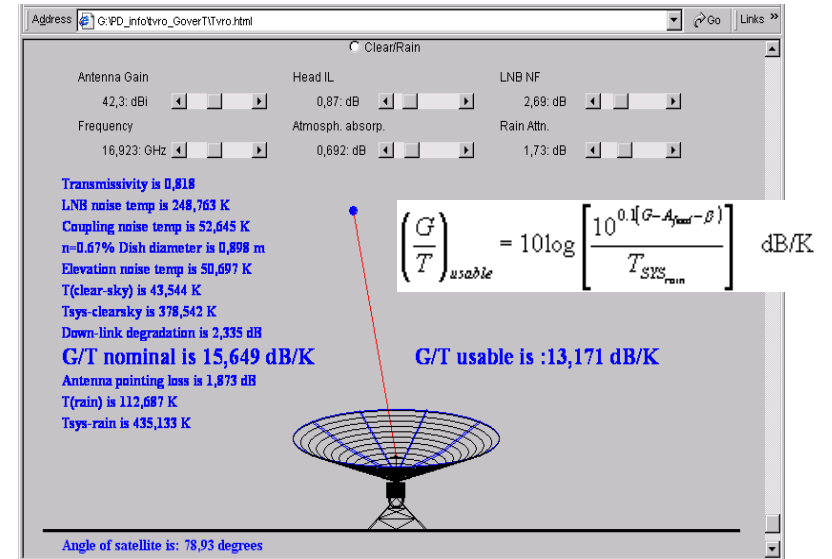
Параметри:

Коефициент на шум $F_n = (S/N)_{in} / (S/N)_{out}$; NF, dB
шумова температура, при антени: отношение G/T

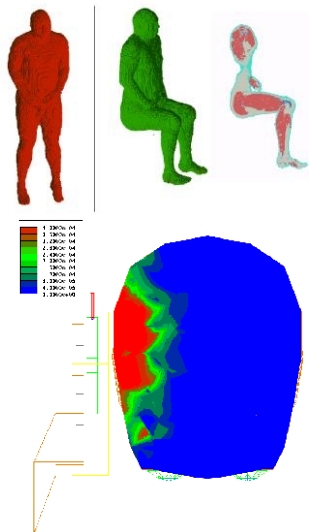


21

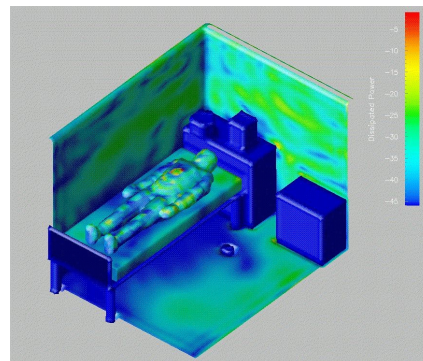
Пример за G/T калкулатор: отношение "усилване/температура"



EMC - изследвания



Хигиенни норми за облъчване с
нейонизиращи лъчения



23

Специфична абсорбирана мощност SAR (Specific Absorbtion Rate)

$$SAR = P_{abs} = (E_{local})^2 \times \sigma_{eff} / \rho$$

- SAR за цялото тяло;
- локална SAR за части от тялото
 - пикова SAR
 - усреднена за 10 g (Eu)
или за 1 g (USA)

където:

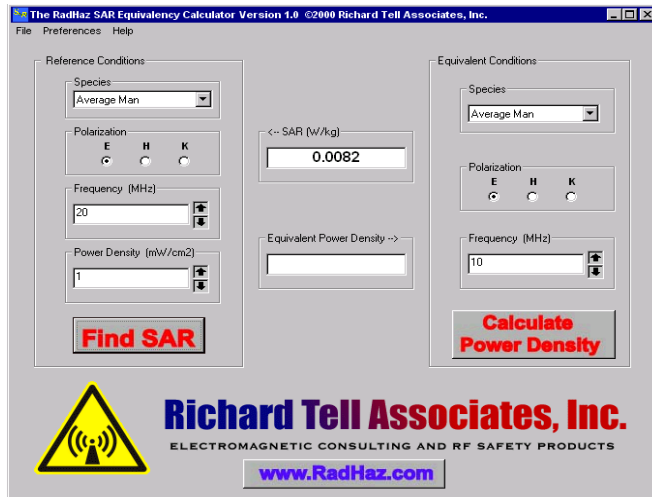
P_{abs} е погълнатата микро-
вълнова мощност във W/kg
на единица живо тегло;

E_{local} , V/m, е локалното електрично поле в дадена точка на
организма; σ_{eff} и ρ са ефективната проводимост в S/m и
плътността на масата в kg/m³ на биологичните тъкани in vivo.

полето се осреднява в 30 min интервал !

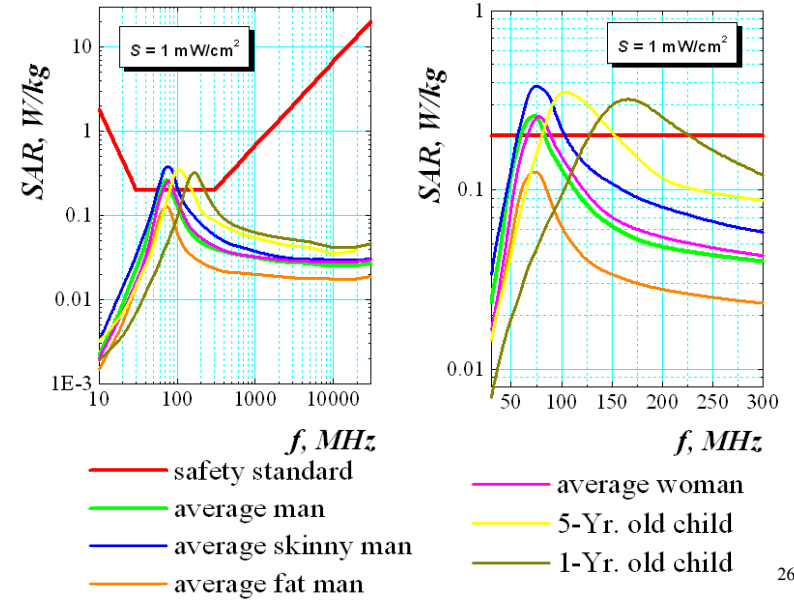
24

Пример за SAR калкулатор: връзка между SAR, W/kg и плътността на потока на мощността S, mW/cm²



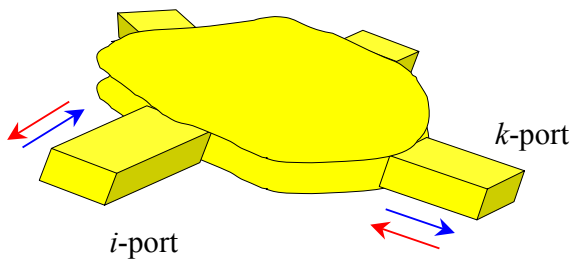
25

Изследвания със SAR-калкулатор

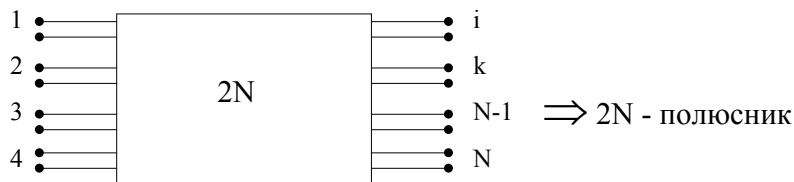


26

S-параметри на СВЧ-устройства



СВЧ устройство с N - входове (рамена, ports)



27

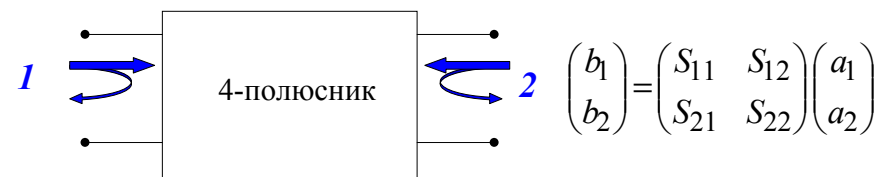
S - матрица (матрица на разсейване)

$$\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{a}}$$

$$b_i = S_{ik} a_k$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & \dots & S_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{N1} & \dots & S_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix}$$

За 2-раменно устройство (4-полюсник):



28

Физичен смисъл на S-параметрите на СВЧ устройства

$$S_{ik} = |S_{ik}| e^{-j\varphi_{ik}}$$

Модули: $|S_{ii}| = \frac{|b_i|}{|a_i|} = \Gamma_i$ - коефициент на отражение в i -тото рамо

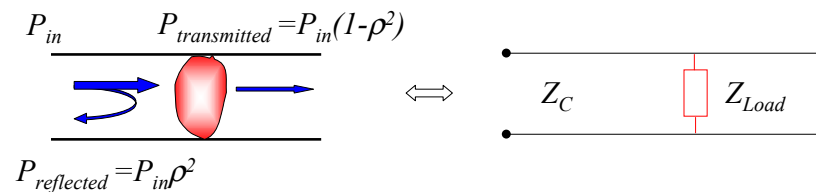
$|S_{ik}| = \frac{|b_i|}{|a_k|} = T_{ik}$ - коефициент на преминаване от k -тото в i -тото рамо

Фази: $\varphi_{ik} = (\varphi_0)_{ik} + \beta_k l_k + \beta_i l_i$

- собственото фазово отместване на устройството и електрическите дължини на входното и изходното рамо до референтните равнини, където се дефинират S-параметрите

29

Коефициенти на отражение и стояща вълна



$$\Gamma(0) = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}$$

$$|\Gamma| = \rho = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \in (0, 1); \quad SWR = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \in (1, \infty)$$

Γ - комплексен коефициент на отражение, ρ - модул на Γ

SWR - коефициент на стояща вълна;

Z_{Load} - товарен импеданс; Z_C - характеристичен импеданс

30

S-параметри в dB

- Обратни загуби **RL, dB**:

$$(RL)_i = 20 \cdot \lg |S_{ii}| = 20 \cdot \lg(\rho_i) = 10 \cdot \lg \frac{(P_r)_i}{(P_{in})_i}$$

- Загуби на преминаване **L, dB**:

$$(L)_{ik} = 20 \cdot \lg |S_{ik}| = 20 \cdot \lg(T_{ik}) = 10 \cdot \lg \frac{(P_t)_i}{(P_{in})_k}$$

- Загуби от разсъгласуване **ML, dB**:

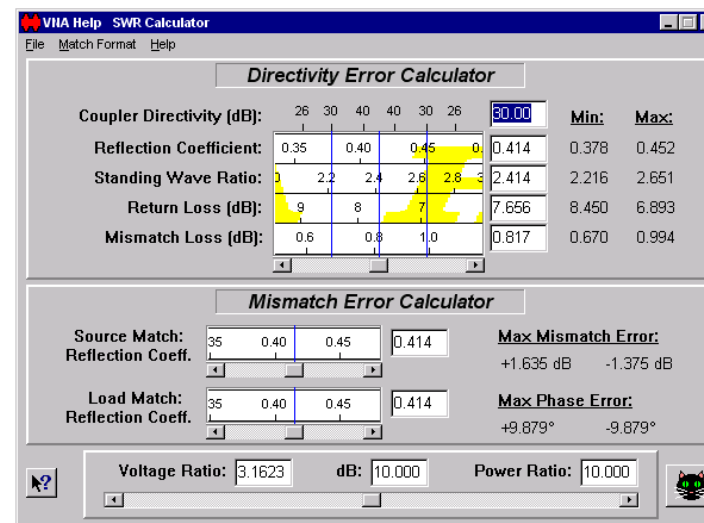
$$(ML)_{kk} = 20 \cdot \lg(1 - \rho_k^2) = 10 \cdot \lg \frac{(P_t)_k}{(P_{in})_k}$$

- Внесени загуби **IL, dB**:

$$(IL)_{ik} = (L)_{ik} - (ML)_{kk} \cong (L)_{ik}$$

31

SWR - калкулатор (калкулатор за S-параметри)



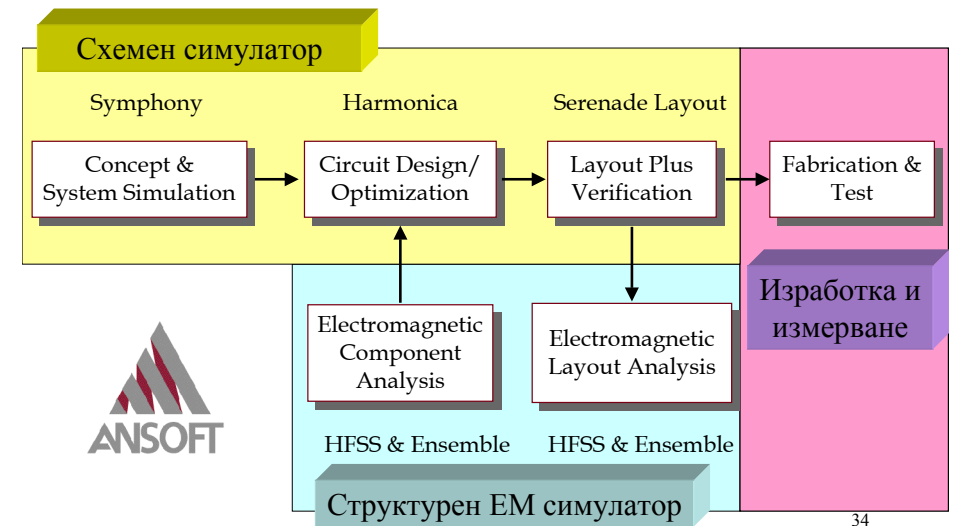
32

CAD за пасивни микровълнови компоненти и схеми

Сравнение на съвременните методи с примери, базирани на съвременни софтуерни продукти

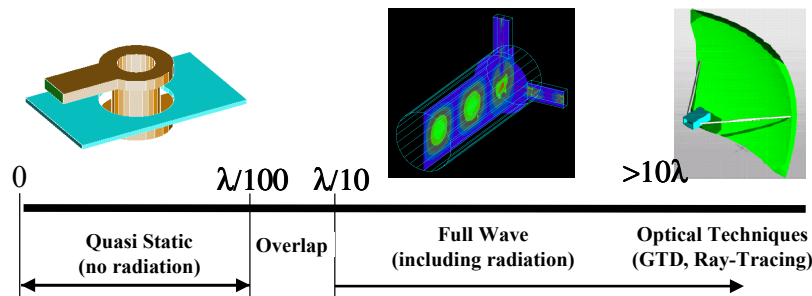
33

Типичен цикъл на съвременно проектиране на микровълнова система и/или устройство



34

Област на приложимост на отделните методи



- ако устройството е с размери $< \lambda/10$ и/или излъчването е слабо, могат да се използват квази-статични RLC-модели
- ако устройството е с размери между 10λ и/или $\lambda/10$ и излъчването е съществено, се използва пълен (full-wave) ЕД анализ с различни техники (MoM, FEM, FDTD)
- ако устройството е с големи размери $> 10\lambda$, могат да се използват квази-оптични методи (геометрична и физична оптика, дифракционни методи, лъчево трасиране и др.)

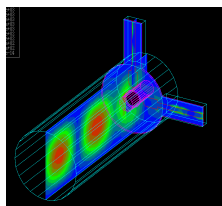
35

Приложения на ЕМ симулатори

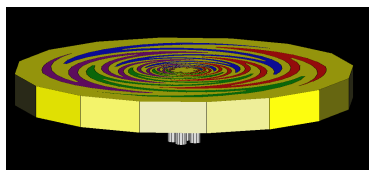
- Вълноводи (обемни, планарни, квазиоптични), компоненти коаксиални кабели, преходи, микрорентгови, лентови, копланарни, процепни и др. планарни линии, обемни вълноводи, насочени отклонители, хибриди, филтри, нерезипрочни (феритни) устройства и много други
- Full-wave анализ на MICs, MMICs, многослойни структури, преходи между слоеве, PCB (printed-circuit boards), MCM (multi-chip modules) и др.
- ЕМС/ЕМИ (апаратура, биологични обекти)
- Антени (планарни антени, рупорни антени, вълноводно-процепни антени, антенни решетки и др.)
- Резонатори (обемни, диелектрични, планарни и пр.)
- Радарни обекти (RCS - Radar cross section)

36

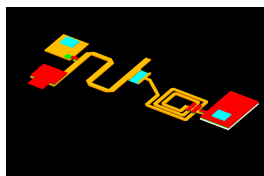
Примери за типични СВЧ приложения на ЕМ симулатори



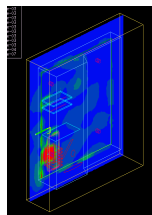
Микровълнов 3D компонент



Антенa

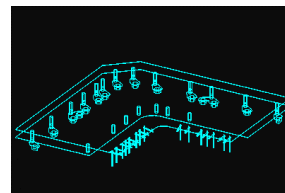


MICs (СВЧ интегрални схеми)

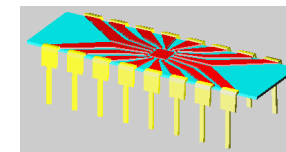


EMC

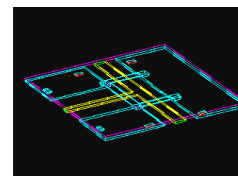
Примери за типични нискофреkwотни приложения на ЕМ симулатори



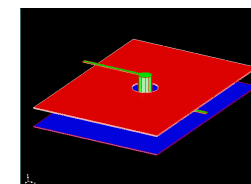
Захранващи, екраниращи платки



Корпусирани ИС

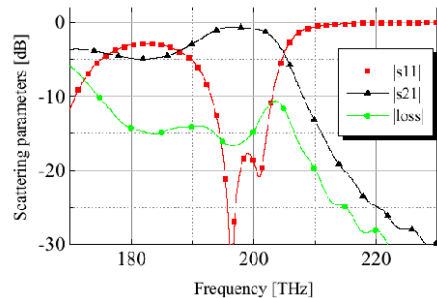
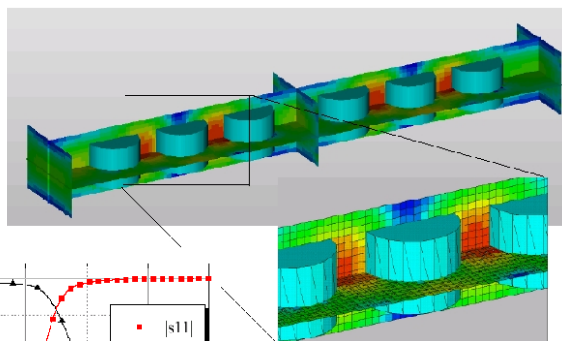


Нискофреkwотни ИС



PCB платки и layout

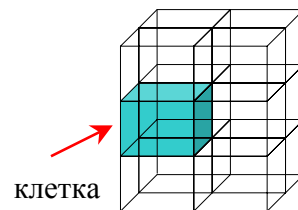
Примери за квази-оптични приложения на ЕМ симулатори



Два основни проблема на ЕМ-симулатори:

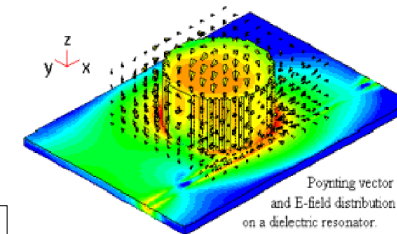
• Числените техники

• Визуализацията



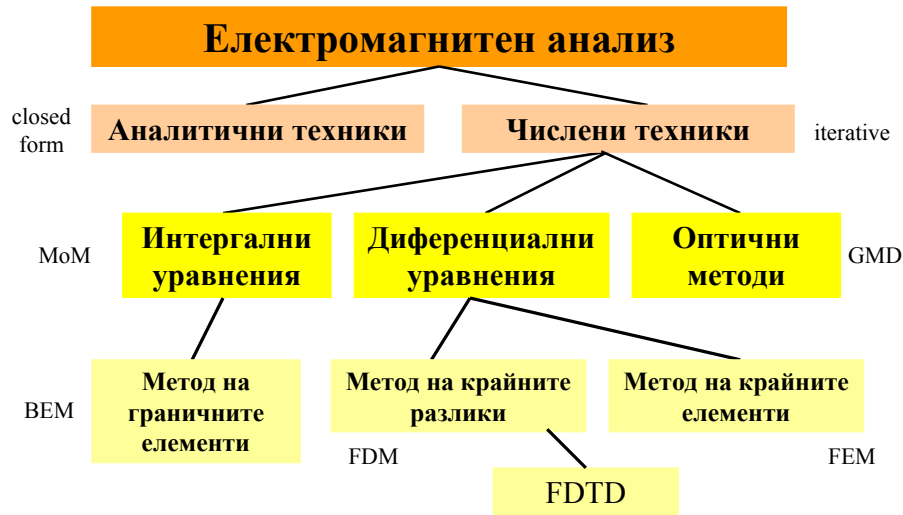
- Уравнения в единичната клетка
- Граничните условия

“Само директните методи с общо приложение са числени техники” (Фейнман, “Лекции по физика”)



- Естествени и разбираеми цветни изображения на полета, токове, силови линии, вектор на Poynting ...
- Анимация във времето

На какви техники се базира съвременния електромагнитен анализ?



41

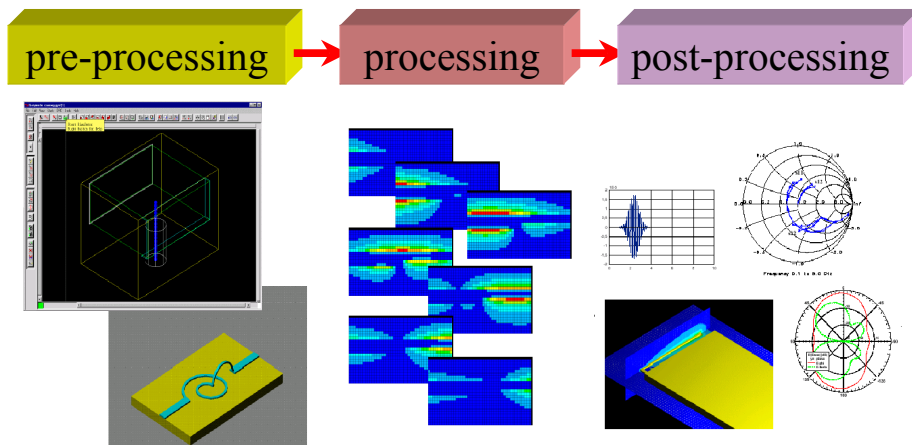
Три основни типа числени техники:

- **Методи на интегралните уравнения:** MoM; приложим за хомогенни и нехомогенни диелектрични тела размери $\cong \lambda$, съдържащи проводници и проводящи повърхности; води до матрици с много елементи \Rightarrow много неизвестни \Rightarrow необходими са сериозни компютърни ресурси (скорост и памет)
- **Методи на диференциалните уравнения:** (FDM, FEM) приложими за взаимно проникващи едно в друго обекти с размери до няколко λ ; води до "редки" матрици + паралелни изчислителни процедури \Rightarrow силна редукция на необходима компютърна памет
- **Метод на геометричната теория на дифракцията:** (GTD) приложим за големи излъчващи обекти (антени) $\gg \lambda$, оценка на параметрите в близката и далечна зони

42

Съвременните EM 3D-симулатори генерират **собствена среда**, в която потребителят относително лесно може да създава и изследва нови пасивни и/или активни електродинамични структури, които сам е изобразил.

Тази среда включва **три главни компонента:**



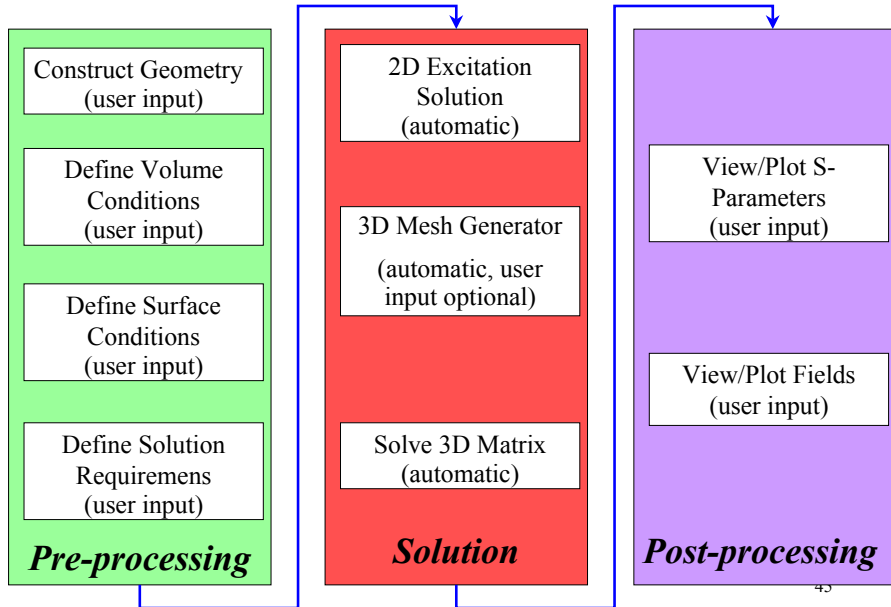
◆ **предварителна обработка (pre-processing):** включва описание на електро- динамичните параметри на средите, изобразяване на геометрията на различни метални и/или диелектрични 2D/3D обекти (собствен графичен modeler или AutoCAD), дискретизация на обекта (с помощта на потребителя или авто-матично (grid-, mesh-generator), избор на начина на облъчване или възбуждане на структурата (de-embedding scheme), дефиниране на нейните входове и изходи, избор на честотния обхват и пр;

◆ **изчислителна процедура (processing, solution):** тя се базира обикновено на **паралелна изчислителна архитектура**, позволяваща напълно да се използват ресурсите (скорост и памет) на съвременните компютри. Процедурата включва и дискретизация на цялата структура на малки 2D/3D клетки (полигони или тетраедри), в които се прилагат директно Maxwell уравненията и съответните гранични условия;

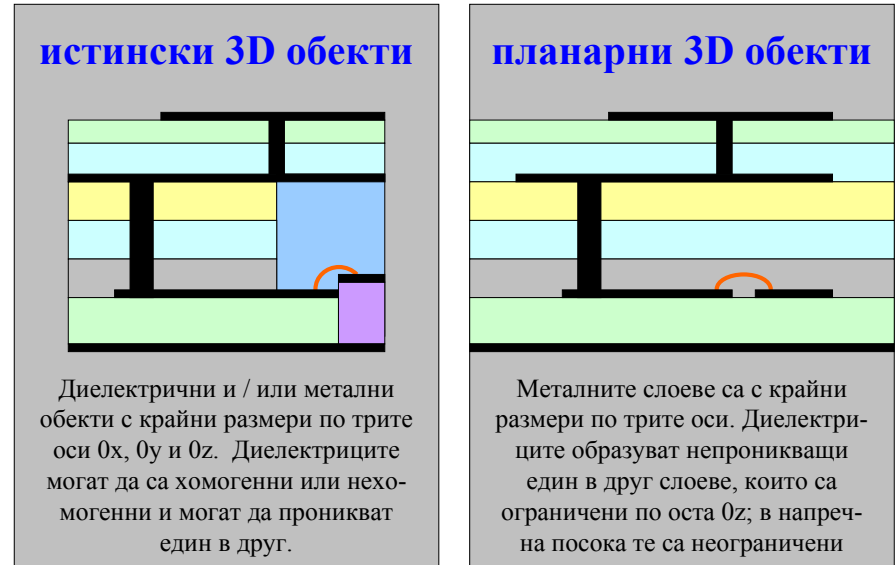
◆ **следизчислителна обработка (post-processing):** включва различни начини на представяне (таблицы, графики, изображения) на получените характеристики на структурата: S-параметри, импеданси, коефициенти на отражение и преминаване, топология на E- и H- полетата, диаграми на излъчване в близката и далечната зони и пр.

44

Пример: процесът на анализ при Ansoft HFSS:



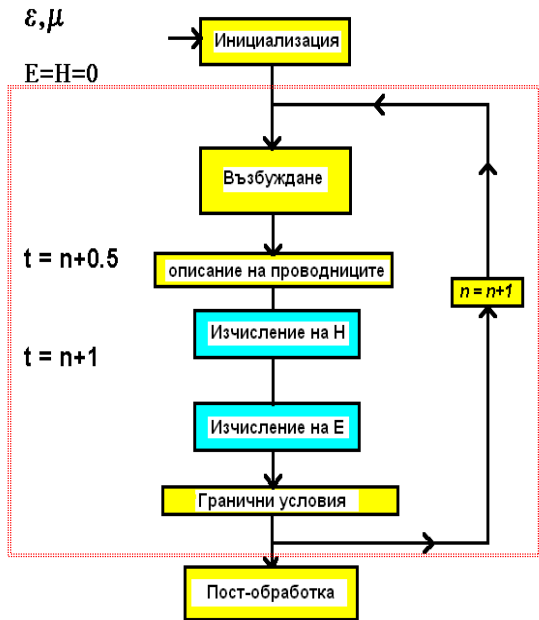
Какви структури могат да се симулират с помощта на 3D и 2½D симулатори?



Паралелен изчислителен алгоритъм на FDTD-метода:



Компютри с паралелна архитектура



CAD за пасивни микровълнови компоненти и схеми (2)

Сравнение: схемни модели, структурни модели и хибридни модели

Схемен подход

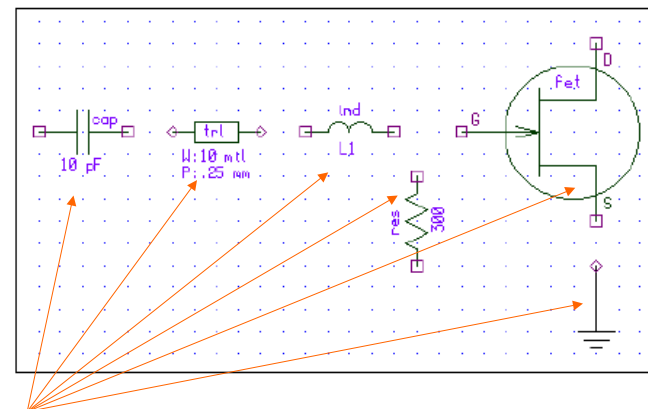
На ниски честоти устройствата се представят с еквивалентни електрически схеми, включващи различни пасивни елементи (R, L, C, SMD-компоненти) и активни елементи (транзистори BJT, FET, HBT, HEMT, pHEMT и пр.); диоди, смесители и др.). Всички тези елементи са представени със свои модели, за които има много богата библиотека.

Пример: Ansoft Serenade (или Ansoft Designer)

Включва два продукта Harmonica (схемен симулатор) и Symphony (системен симулатор - за сигнали в системи)

49

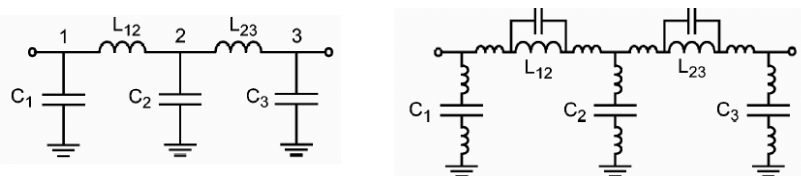
Илюстрация: синтез на произволни електрически вериги с дискретни елементи



Елементи, представени със своите модели: вградени в библиотеката на схемния симулатор или създадени от потребителя

50

Пример: нискочестотен филтър - LC схема



С идеални съсредоточени LC елементи

С идеални и паразитни LC елементи

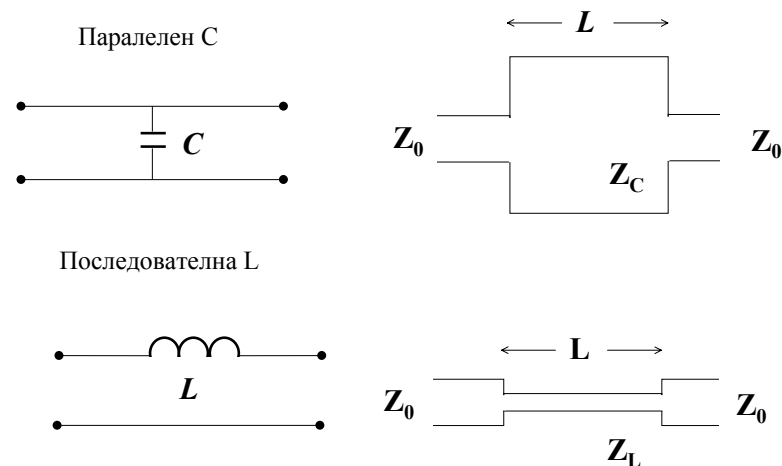
$$\mathbf{I} = \mathbf{YV} \leftrightarrow \mathbf{V} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{I}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} j\omega C_1 - j\frac{1}{\omega L_{12}} & j\frac{1}{\omega L_{12}} & 0 \\ j\frac{1}{\omega L_{12}} & j\omega C_2 - j\frac{1}{\omega L_{12}} - j\frac{1}{\omega L_{23}} & j\frac{1}{\omega L_{23}} \\ 0 & j\frac{1}{\omega L_{23}} & j\omega C_3 - j\frac{1}{\omega L_{23}} \end{bmatrix}$$

Y-матрица на филтъра

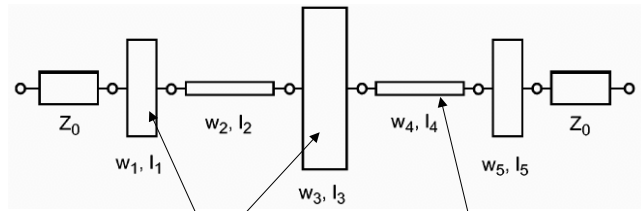
51

Имитация на LC елементи с отрязъци от планарни линии



52

Нискочестотен филтър - схема с разпределени параметри чрез използване на микролентови линии



Паралелен C

Последователна L

Layout



Граници на приложимост на двата подхода: съсредоточени и разпределени елементи

Boundary Between Lumped and Distributed Behavior

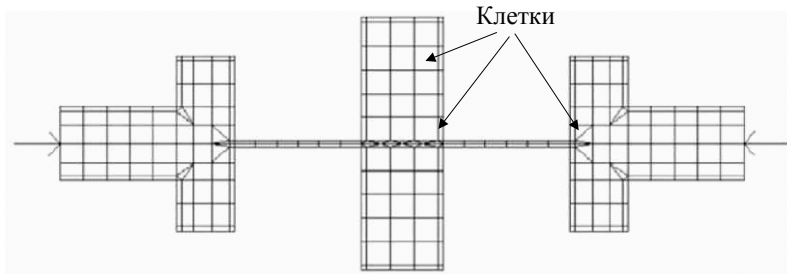
Less than $\lambda/10$	Grey area	$\lambda/8$ or greater
Lumped		Distributed
L, C, R, G		Transmission lines
Voltage, current		[S], [Z], [Y]
No radiation		Radiation possible
Only reactance can shift phase of V or I		Physical distance can shift phase of V or I
Fields rise and fall at same time all through the structure		There is phase shift in the fields across the structure

© 2000 CRC Press [15].

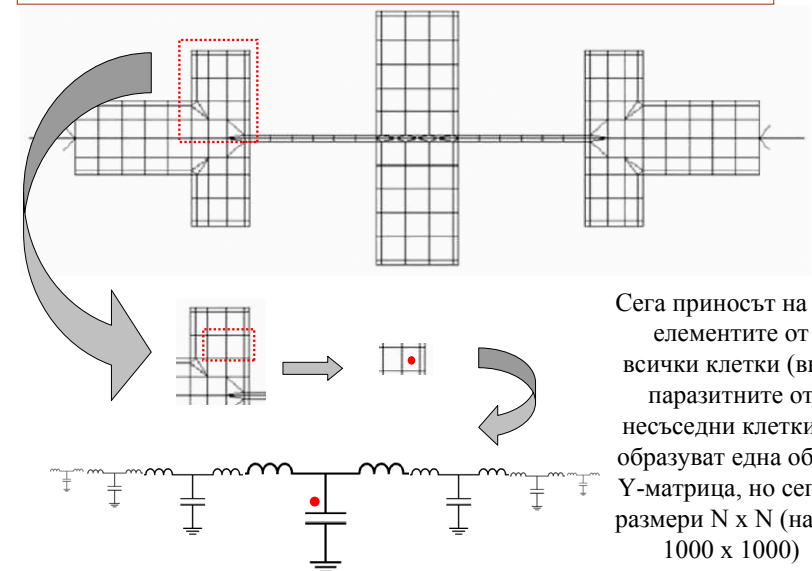
Полеви (ЕД) подход

Устройството се дискретизира на още по-малки обекти (клетки; cells) - например до 20-40 клетки на една дължина на вълната. Тук трябва да се изчислят локалните полета или токове на основата на определен електродинамичен числен метод.

Същият пример: нискочестотен филтър



Аналогия със схемния подход:



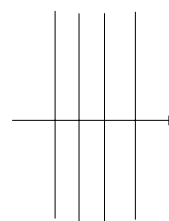
Сега приносят на LC елементите от всички клетки (вкл. паразитните от несъседни клетки) - образуват една обща Y-матрица, но сега с размери $N \times N$ (напр. 1000×1000)

Класификация на полевите методи в зависимост от размерността на структурата

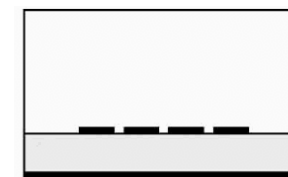
- **1D** - полетата и източниците, които ги създават имат 1 размерност. Пример: едно-проводната предавателна линия, плоските вълни в пространството и др.
- **2D** - полетата и източниците, които ги създават имат 2 размерности - напр. двупроводни предавателни линии, коаксиалните вълноводи, H_{10} -едномодовия правоъгълен вълновод и др.
- **2½D** - полетата имат 3 размерности, но източниците, които ги създават имат само 2 размерности - напр. микролентовите и др. планарни предавателни линии, планарните антени и др. По-принцип, това са всички многослойни планарни структури
- **3D** - полетата и източниците имат по 3 размерности - това са всички истински обемни електродинамични обекти

57

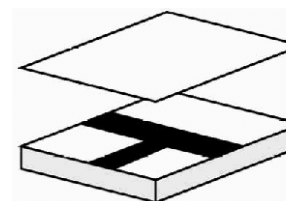
Примери:



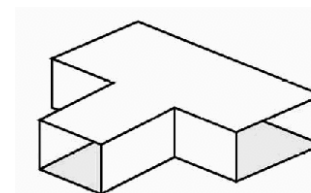
1D



2D



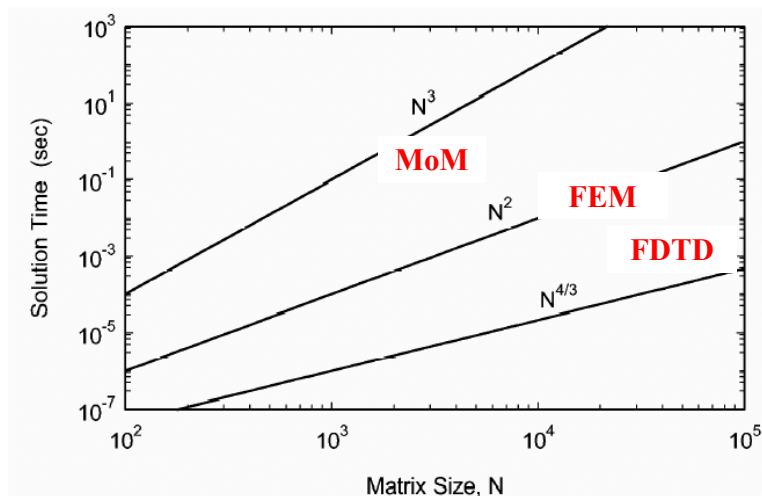
2½D



3D

58

“Скорост” на пресмятанията:



59

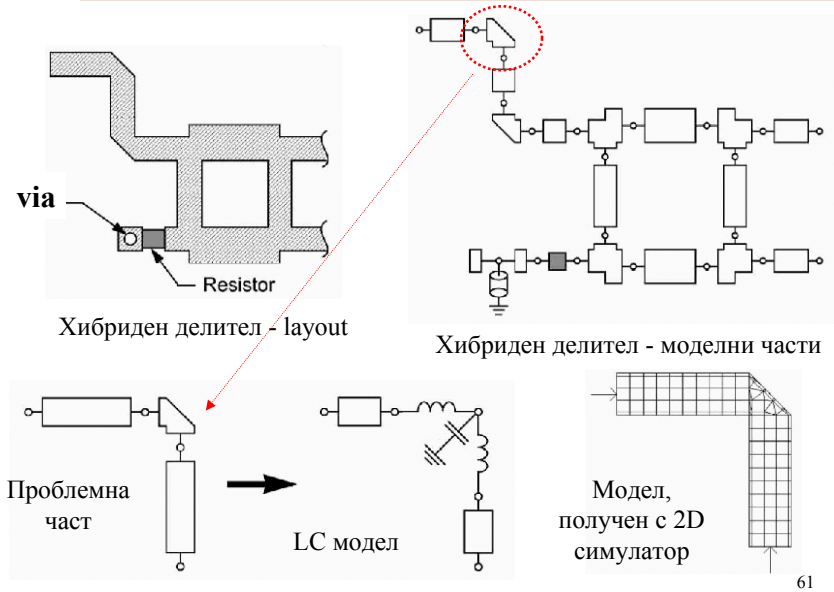
Хибриден подход

(едно много ефективно решение на проблема “скорост-точност”)

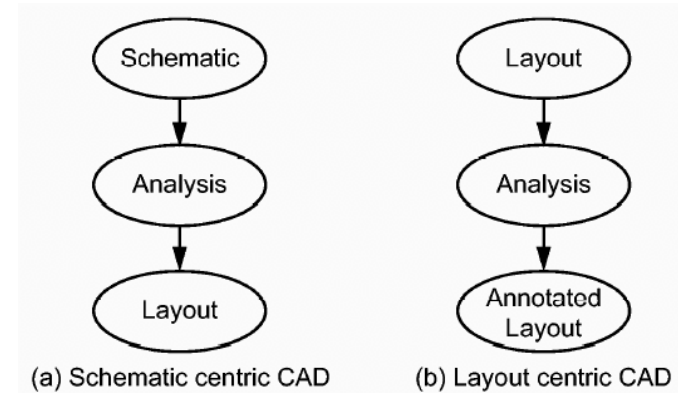
Устройството се разделя на отделни части - едните са с много точни модели, другите са с модели с понижена точност или нямат още модел за описание. Само последните се пресмятат с полеве методи и се изгражда техния нов модел. После цялото устройство се решава със схеман симулатор

60

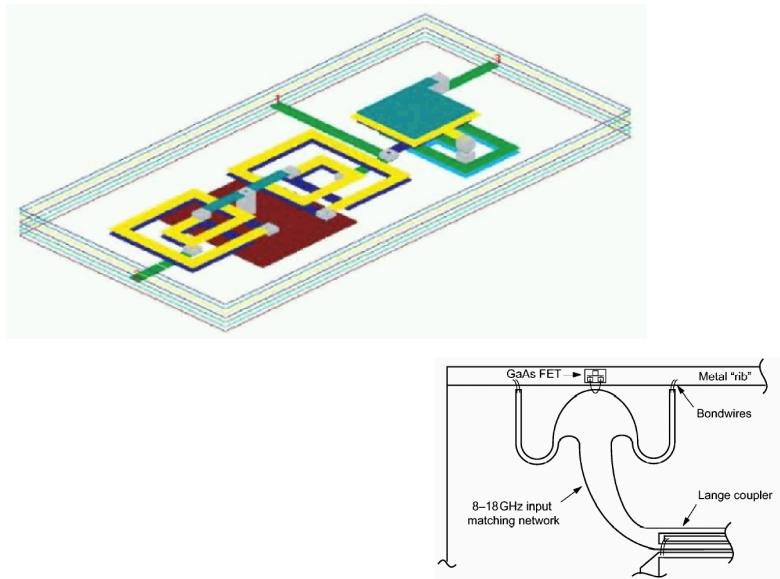
Пример: хибриден делител



Оптимизация



Нови възможности - много по-сложни структури

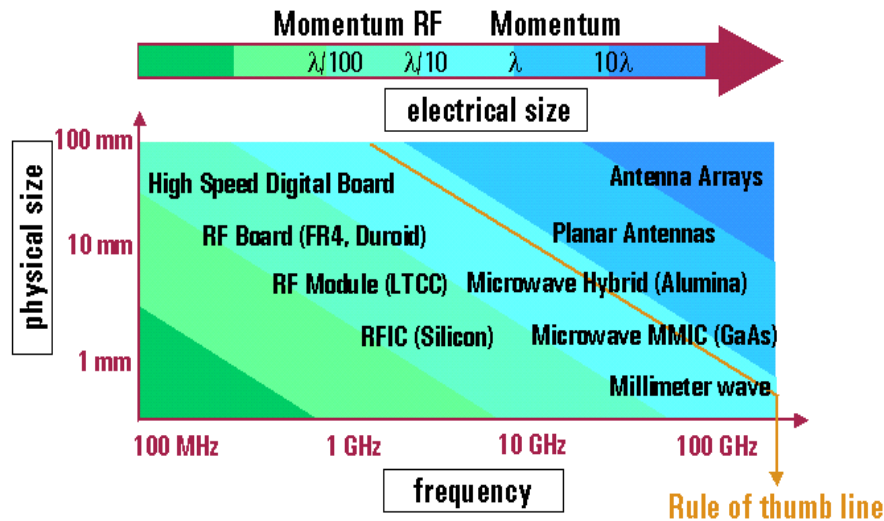


Отново: на какви техники се базира съвременния електромагнитен анализ?



Пример: ADS Momentum 2½D-симулатор

Зависимост между максималните физическите размери на структурата и честотната област на симулации



Числени методи

ЧАСТ I:

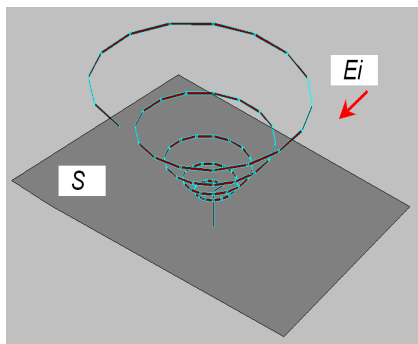
Числени техники в 2½D ЕМ симулатори

MoM:

Метод на моментите

66

MoM: (интегрален метод на моментите)



E_i - “падащо” електрично поле;
 S - проводяща повърхност;
 $E(r)$ - тангенциалното поле в/у S
 $J_e(r)$ - разпределение на тока в/у S
 $G(r|r')$ - Green-функция на средата
 Z_s - повърхнинен импеданс в/у проводниците

В общия случай, дадена проводяща структура се намира в хомогенна (или нехомогенна) диелектрична среда. Падащото поле индуцира определено разпределение на токовете (електрически и магнитни). Индуцираните токове от своя страна създават такова вторично поле, което заедно с първичното удовлетворяват граничните условия върху повърхностите на проводниците.

67

Разпределение на ел. ток $J_e(r)$ по металната повърхност S

$$J_e(r) = E(r)/Z_s(r); r \in S$$

Сумарното електрическо поле $E(r)$ около проводниците

$$E(r) = E_i(r) + \int_S G(r|r') \cdot J_e(r') ds'$$

където $G(r|r')$ е диадичната Green-функция за диелектричната среда, която може да се определи (коментар: по-надолу)



След заместване се получава едно **интегрално уравнение** за неизвестното разпределение на електрическия ток $J_e(r)$ върху повърхността S

$$Z_s(r) \cdot J_e(r) = E_i(r) + \int_S G(r|r') \cdot J_e(r') ds'$$

68

Основна идея на МоМ:

Да се редуцира решаването на интегралното уравнение за неизвестното разпределение на тока до решаване на матрично уравнение с помощта на ефективни изчислителни процедури!

Ако се въведе дискретизация на структурата, това означава **системата от интегрални уравнения** да се приведе в **система от матрични уравнения**, които са много по-подходящи за компютърно-базирани методи (числени симулации)

(Забележка: Във времето преди бързите компютри основните усилия в електродинамиката са били да се редуцира времето за изчисления чрез подходящо **аналитично** манипулиране на уравненията и решенията. Обратно, днес се счита, че по-ефективният подход е предоставяне на **изчислителните процедури** на бързите компютри с цел да се намали необходимостта от предварителни аналитични манипулации, т.е. предпочитат се **директни методи**).

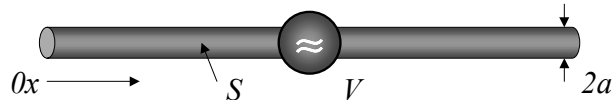
Обща изчислителна процедура на МоМ:

1. Формулира се **еквивалентна задача**: реалната физическа структура се заменя със система от **еквивалентни дискретни източници**.
2. Прилагат се **граничните условия**: получава се **система от уравнения** за определяне на неизвестните еквивалентни източници.
3. **Дискретизиране на областта**, където съществуват еквивалентни източници: представяне на еквивалентните източници като сума по известни **базисни функции** с неизвестни коефициенти.
4. **Тестване на граничните условия**: прилагане на **граничните условия** към дискретизираната структура с цел получаване на **система независими уравнения за неизвестните коефициенти** пред базисните функции.
5. **Решаване на системата**: (**ефективни числени методи**).
6. Изчисляване на **необходимите величини, описващи структурата (post-processing)**: S-параметри, импеданси, диаграми на излъчване, разпределения на токовете и полетата и пр.

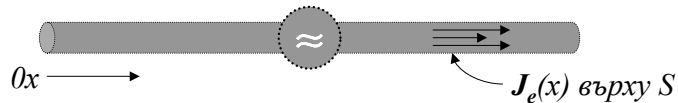
70

Пример: тънка диполна антена

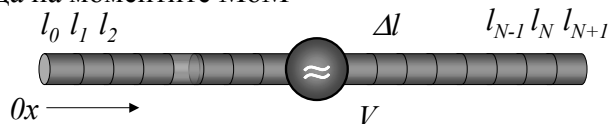
1) Реални жични проводници в хомогенно диелектрично обкръжение, захранвани от източник на хармонични трептения V



2) Проводниците се заменят с еквивалентен ток, разпределен по определен начин, който най-добре описва реалните токове



3) Дискретизация (сегментиране) на проводниците за прилагане на метода на моментите МоМ



71

Общо описание на МоМ с примери:

1. Формулиране на **еквивалентната задача**: реалната физическа структура се заменя от **еквивалентни източници** (токове, заряди)

$$L(f) = g$$



$$f = L^{-1}(g)$$

L - линейен оператор ($\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$);

g - източниците (възбуждането: токове, заряди); f - полетата (отклик)

$$L[G(r|r')] = \delta(r-r')$$

- известно частно решение: функцията на Green, когато източниците са точки. Тази функция за повечето прости структури е известна аналитично



$$L^{-1}(g) = \int_s G(r|r') g(r') dr'$$

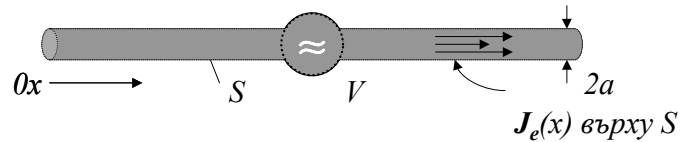
$$G(r|r') = \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}$$

Пример: функцията на Green за безкрайно хомогенно диелектрично пространство

еквивалентни източници: токове $J(r)$ и заряди $q(r)$

72

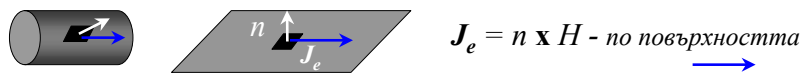
(...отново примера за тънка диполна антена)



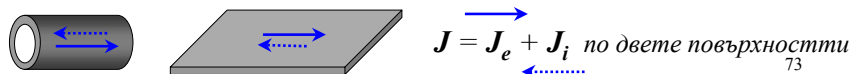
Реалните проводници на антената се заменят с еквивалентен ток, разпределен по определен начин, който най-добре описва реалните токове: $\mathbf{J}_e = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$; \mathbf{n} - нормала; \mathbf{H} - магнитното поле върху S

Различни случаи:

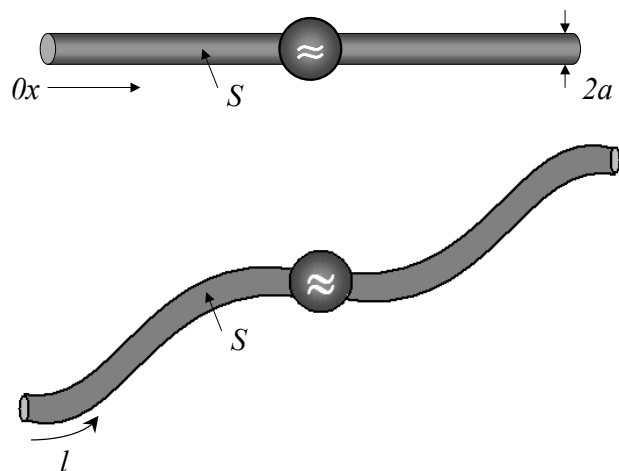
за плътни проводници или за безкрайно тънки повърхности:



за тръбни проводници или за слоеве с крайна дебелина:



... при по-сложна кривина на тънкия проводник на антената може да се въведе криволинейна координата l по оста му: сега задачата може да се реши само числено след дискретизация!...



2. Прилагане на **гранични условия** за еквивалентните източници: целта е получаване на **система от уравнения** за определяне на неизвестните еквивалентни източници.

Пример: прилагане на граничните условия на идеални електрични стени за възбуждащото (първично) и излъченото (вторично) ел. поле

$$-\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r})$$

$$\Rightarrow \mathbf{n} \times [j\omega\mu/4\pi \cdot \int_S \mathbf{G}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') ds' + 1/4\pi\epsilon\nabla \int_S \mathbf{G}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \cdot q_e(\mathbf{r}') ds'] = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r})$$

...отново примера за диполната антена (без свободни заряди), за която $2a \ll \lambda$, и се разглеждат само токовете $\mathbf{J}_e(x)$ по оста на антената

$$j\omega\mu/4\pi \cdot \int_S \mathbf{G}(x|x') \cdot \mathbf{J}_e(x') ds' = \mathbf{E}_i(x) = V \cdot \delta(x - x_{gap}),$$

където x_{gap} е местоположението на захранващия източник V_{74}

...продължение на общото описание на MoM:

3. **Дискретизиране на областта**, където съществуват еквивалентни източници: целта е чрез дискретизиране на отклика (полетата) на структурата тези източници да се представят като алгебрична сума от известни **базисни функции** с неизвестни коефициенти.

$$f = \sum \beta_n b_n \quad \longrightarrow \quad \sum \beta_n L(b_n) = g$$

b_n - **базисни функции**; $n = 1, 2, 3, \dots, N-1, N$ (известни);

β_n - **коефициенти пред базисните функции** (неизвестни)

4. **Тестване на граничните условия**: целта е чрез чрез е прилагане на **граничните условия** към дискретизираната структура да се получи система от независими уравнения за **неизвестните коефициенти** β_n пред базисните функции b_n , която подлежи на числено решение.

По-надолу е описана общата процедура и са дадени примери:

- Дефинираме понятието “вътрешно произведение” по правилото $\langle Lf, g \rangle = \langle f, L^a g \rangle$, където L^a е присъединен оператор ($L^a = L$)
- Нека отклика (полетата) на структурата е дискретизиран чрез сумата $f = \sum \beta_n b_n$ по **базисните функции** b_1, b_2, b_3, \dots
- Въвеждаме система от такива **тестващи функции**: t_1, t_2, t_3, \dots за които вътрешното произведение се прилага към граничните условия:
$$\sum \beta_n \langle t_m, Lb_n \rangle = \langle t_m, g \rangle = g_m$$
- Следователно процедурата “тестване на граничните условия” е дискретизиране на източниците чрез въвеждане на тестващи функции, които в общия случай са различни от базисните. Ако $b_n \equiv t_n$, процедурата е известна като **метод на Galerkin**. 77

- Така, накрая се получава едно матрично уравнение за неизвестните коефициенти β_n (вм. интегралното $L(f) = g$ или $f = L^{-1}(g)$)

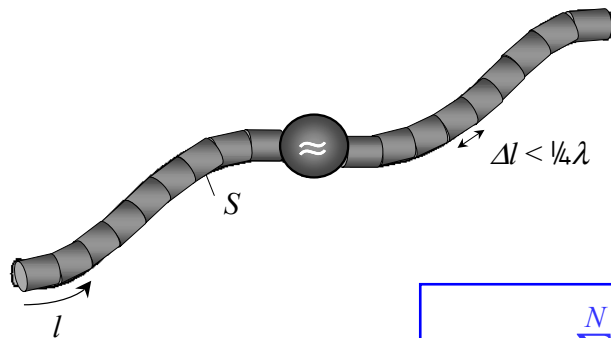
$$[L_{mn}][\beta_n] = [g_m] \quad \text{или} \quad [\beta_n] = [L_{mn}^{-1}][g_m],$$

където $[\beta_n]$ - стълб на неизвестните коефициенти; $[g_m]$ - стълб на еквивалентните източници; $[L_{mn}]$ - матрица от N -ти ранг, която включва комбинации от вътрешни произведения на известните тестващи и базисни функции:

$$[\beta_n] = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad [g_n] = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad [L_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle t_1, Lb_1 \rangle & \langle t_1, Lb_2 \rangle & \dots \\ \langle t_2, Lb_1 \rangle & \langle t_2, Lb_2 \rangle & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Така, окончателното решение е: $f = [b_n][\beta_n] = [b_n][L_{mn}^{-1}][g_m]$, което може да бъде точно или приближено в зависимост от подходящия избор на $[b_n] = [b_1, b_2, b_3, \dots]$ и $[t_n] = [t_1, t_2, t_3, \dots]$ 78

...пример за тънка диполна антена: дискретизация и тестване



Дискретизация: за тока $I(l) = 2\pi a J(l)$:

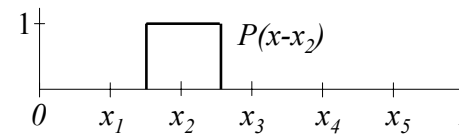
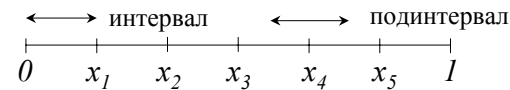
$$I(l) \cdot \vec{e}_l = \sum_{n=1}^N I_n \vec{b}_n(l)$$

Тестване:

$$\langle \vec{b}_n(l), \vec{t}_n(l) \rangle \equiv \int_C \vec{b}_n(l) \cdot \vec{t}_n(l) dl$$

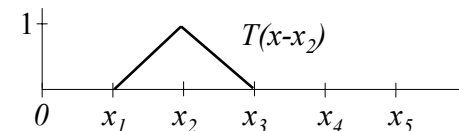
\vec{e}_l - единичен вектор по оста; C - тестващ контур по повърхността 79

Избор на базисни и тестващи функции: пример $N = 5$; ос: Ox



Правоъгълна (pulse) функция:

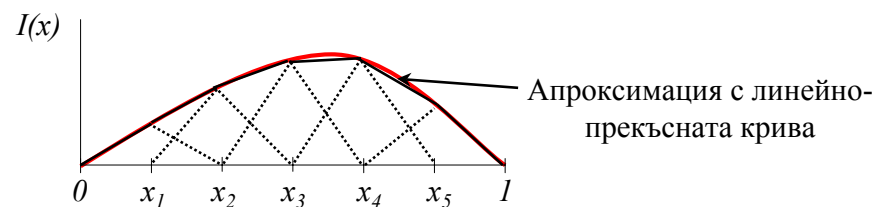
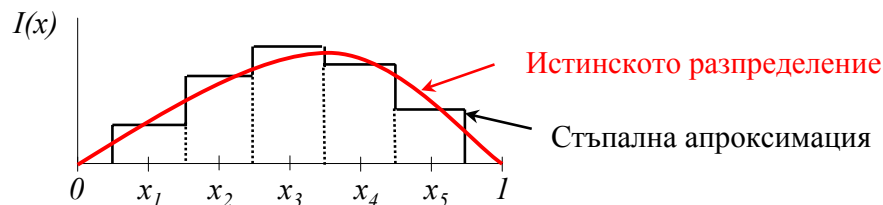
$$P(x) = 1 \text{ само при } |x| < l/[2(N+1)]$$



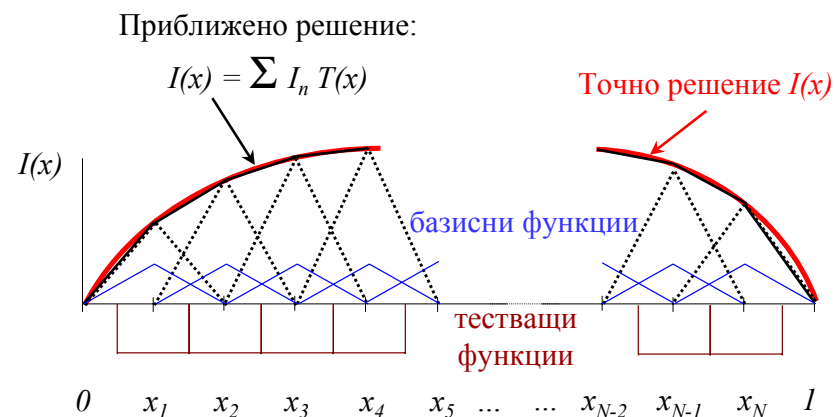
Триъгълна функция:

$$T(x) = 1 - |x|(N+1) \text{ само при } |x| < l/[2(N+1)]$$

Пример за апроксимация на тока с две от най-употребяваните базисни функции: правоъгълна и триъгълна



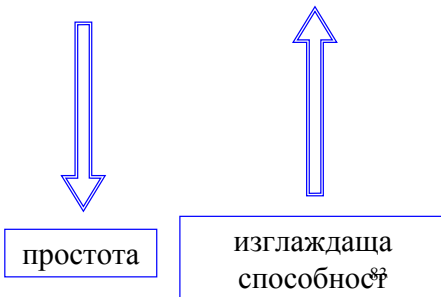
Пример за прилагане на ефективна комбинация за едномерни електродинамични задачи: триъгълни базисни функции и правоъгълни тестващи функции



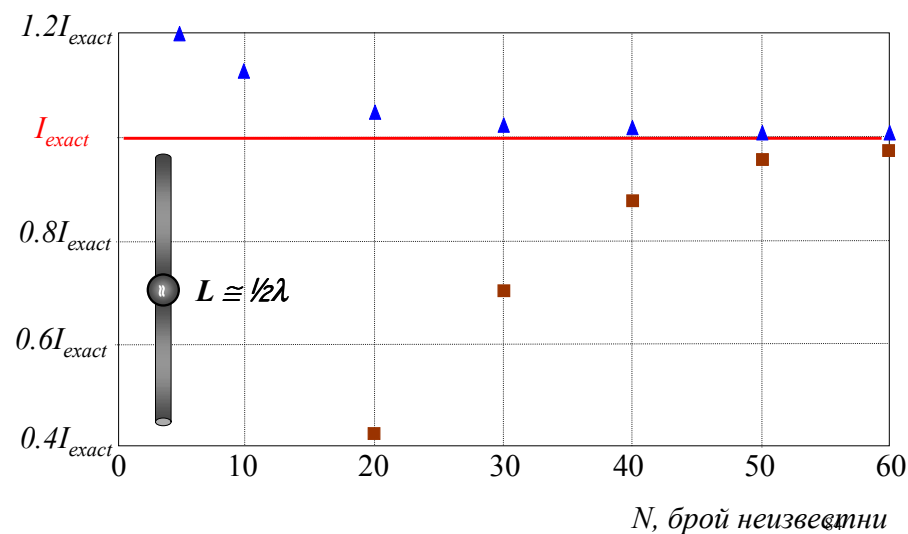
Критерии за избор на базовите и тестващите функции:

- ◆ гъвкавост на моделирането на токовете и граничните условия при произволни геометрични структури;
- ◆ висока изглаждаща способност, бърза (с малко стъпки) и достоверна апроксимация на точното решение;
- ◆ достатъчна математическа простота с цел постигане на висока скорост на изчислителната процедура.

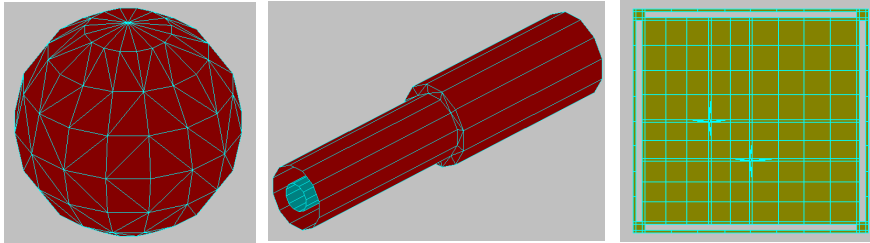
- сплайн функции -
- триъгълни функции -
- правоъгълни (импулсни) -
- делта функции -



Пример: сходимост на MoM (процедура на Galerkin) с правоъгълни (■) или триъгълни (▲) базисни и тестващи функции:



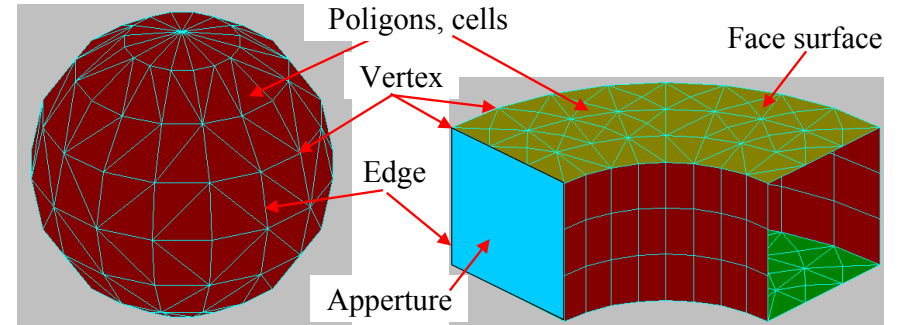
МоМ за структури с проводящи повърхности:



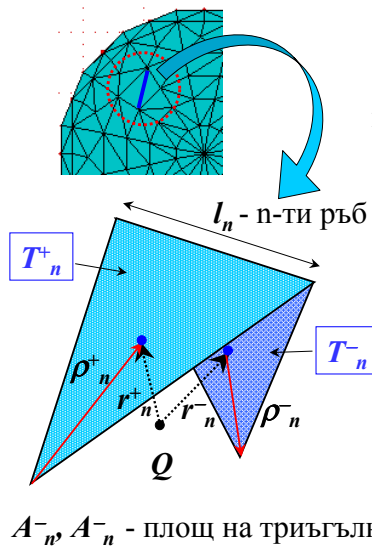
Както за едномерните (жични) проводящи структури, МоМ може да се приложи и за проводящи (2D или 3D) повърхности на тела. Основната разлика е въвеждане на нови базисни $b_n(r_s)$ или тествачи $t_n(r_s)$ функции, които съществуват на повърхността и трябва да моделират двете ортогонални съставлящи на тока \Rightarrow двумерен ток. Сега тези функции са дефинирани за повърхнинните координати r_s (вместо за линейната координата l) и интегрирането става по тях.

Дискретизацията при сложните (2D или 3D) повърхности е значително по-трудна, отколкото в едномерния случай.

Дадените примери илюстрират големите потенциални възможности за пълна дискретизация на произволни повърхности с помощта на малки полигони (клетки) с триъгълна форма. Това свойство на триъгълните клетки предопределя избора на подобни базисни функции при дискретизация на повърхностните токове.



Пример за използване базисни функции, дефинирани върху двойка триъгълници с цел апроксимация на тока по всеки ръб на дадена дискретизирана 3D структура

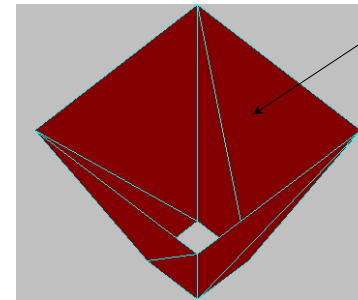


$$J(r_s) = \sum \beta_n^\pm b_n^\pm(r_s)$$

апроксимация на тока по ръба с помощта на 2D триъгълни базисни функции:

$$b_n^\pm(r_s) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+, & r_s \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \rho_n^-, & r_s \in T_n^- \\ 0, & \text{другаде} \end{cases}$$

МоМ за апертури и диелектрични тела:



Излъчваща апертура, оградена от идеално-проводящи метални стени

В областта на апертурата се анализира магнитния повърхнинен ток:

$$M(r) = E_A(r) \times n$$

където $E_A(r)$ е разпределението на електричното поле в апертурата.

МоМ може да се използва и при единични хомогенни диелектрични тела. За целта се анализира разпределението на плътността на всеки от двата тока: електричен $J(r) = -H(r) \times n$ и магнитен $M(r) = E(r) \times n$, както във вътрешността на тялото, така и извън него.

При по-сложни и при нехомогенни тела изчисленията с МоМ стават тежки и се предпочитат диференциалните методи, напр. FEM.

Пример: приложение на МоМ при **Zeland IE3D**-симулатор

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_n I_n \mathbf{B}_n(\mathbf{r}); \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$\mathbf{B}_n(\mathbf{r})$ - базови функции за разпределението на електричния ток

I_n - елементарен ток в полигона (неизвестен)

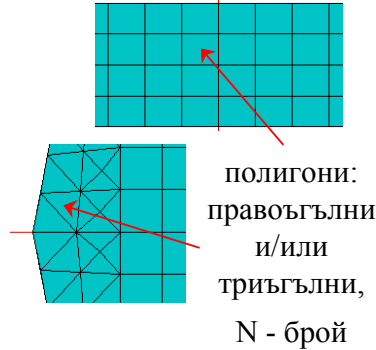
(аналогично и за магнитния ток $\mathbf{M}(\mathbf{r})$)

$$\rightarrow [Z_{mn}][I_m] = [V_m]$$

Получава се $N \times N$ матрично уравнение, където:

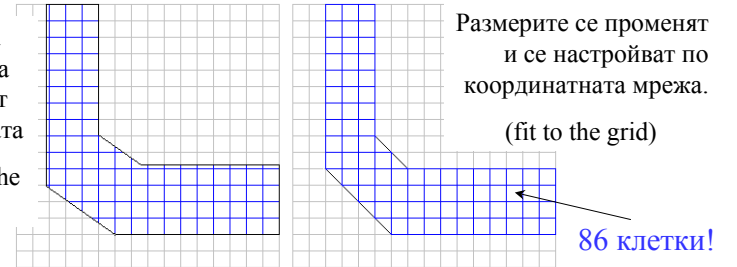
$$Z_{nm} = \int_s ds Z_s(\mathbf{r}) \mathbf{B}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{r}) + \int_s ds \int_{s'} ds' \mathbf{B}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{G}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{r}')$$

$$V_m = \int_s ds \mathbf{E}i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}_m(\mathbf{r}), \quad V_m, Z_{nm} - \text{потенциал и импеданс на полигона}$$



Пример за еднородна дискретизация (по координатната мрежа)

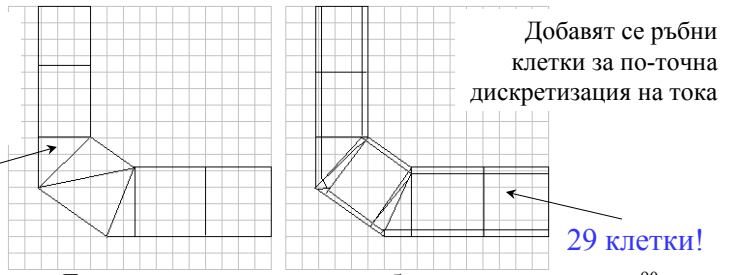
Очертанията на реалната фигура не се разполагат точно по мрежата (does't fit into the uniform grid)



Пример за нееднородна дискретизация

Размерите не променят и не се настройват по мрежата.

8 клетки!



Без и с допълнителни ръбни клетки

Пример за подходяща дискретизация с допълнителни ръбни клетки

Микролентова линия

плътност на тока в напречното сечение

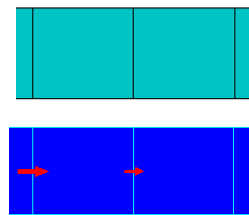


Дискретизация без и с ръбни клетки и плътността на тока:



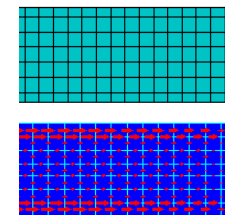
Кога дискретизацията е подходяща? (Zeland IE3D)

много едра !?



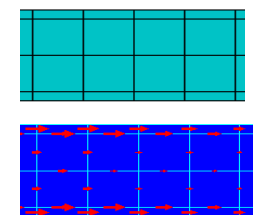
Клетките са малко, времето за изчисления - кратко, точността е малка и недостатъчна

много дребна !?



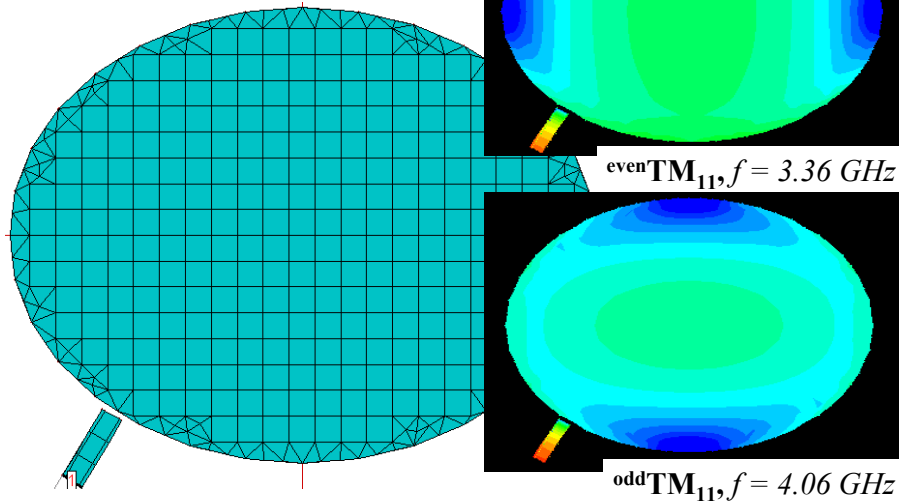
Клетките са много, времето за изчисления - много дълго, точността е много добра

подходяща !

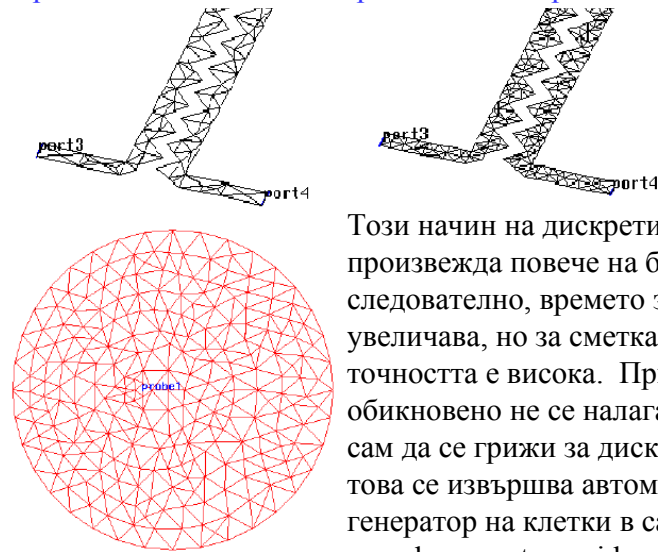


Броят на клетките е оптимален, времето за изчисления - средно, точността в голяма степен е напълно достатъчна за много от задачите

При по-сложни конфигурации се използва комбинация от правоъгълни и триъгълни клетки за по-точно описание на геометрията



Други симулатори (напр. Ansoft Ensemble) използват само триъгълни клетки за дискретизация на произволни структури

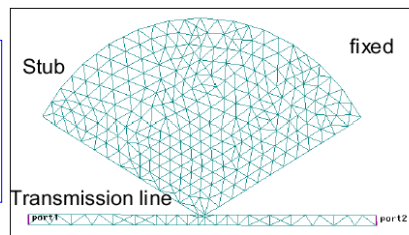


Този начин на дискретизация произвежда повече на брой клетки и, следователно, времето за симулация се увеличава, но за сметка на това точността е висока. При този метод обикновено не се налага потребителя сам да се грижи за дискретизацията: това се извършва автоматично от генератор на клетки в самия симулатор - mesh generator; grid generator

В тези случаи има свободата да се използва различна по вид дискретизация (например: фиксирана и адаптивна)

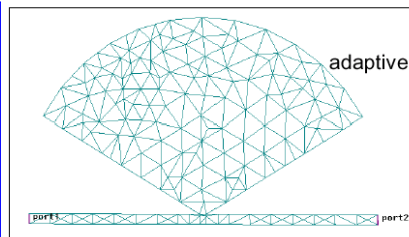
фиксирана мрежа:

клетките на тази мрежа имат близки размери за различните елементи от структурата

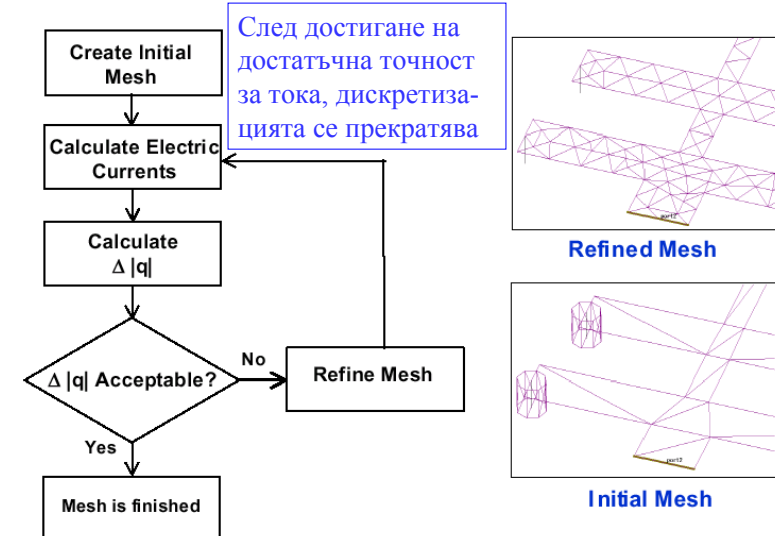


адаптивна мрежа:

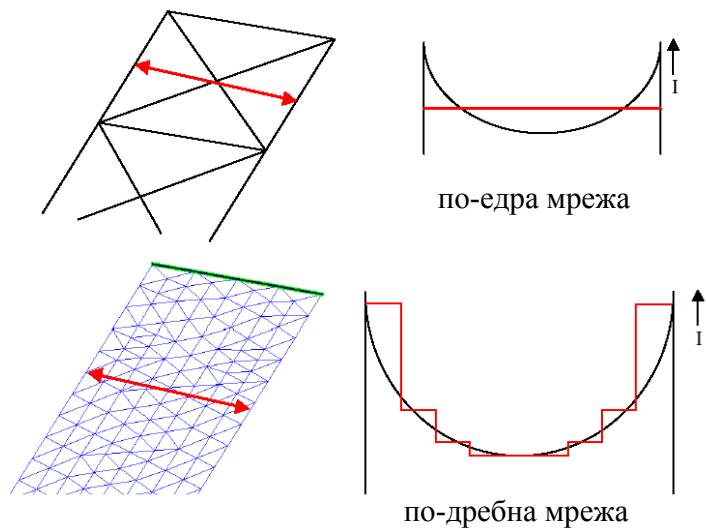
клетките на тази мрежа имат различни размери за различните елементи от структурата. Пример: за микролентовата линия са по-малки; за голямата радиална линия - по-големи



Процедура на адаптивна дискретизация при Ansoft Ensemble чрез междинно изчисляване на плътността на тока на всяка стъпка

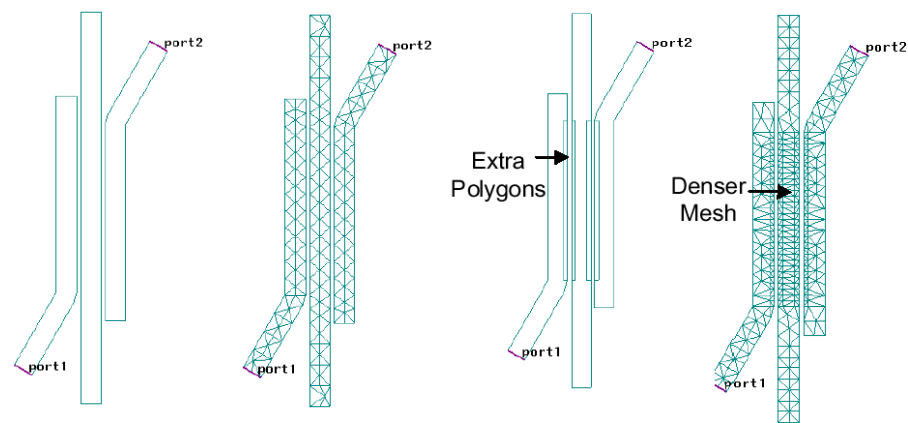


Отново примера за дискретизация на микролентова линия -
сега само с триъгълни клетки



97

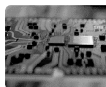
Друг пример: дискретизация на свързани линии, където
връзката е по-силна - въвеждат се допълнителни полигони и
мрежата в областта на взаимодействие се получава по-гъста



98



100



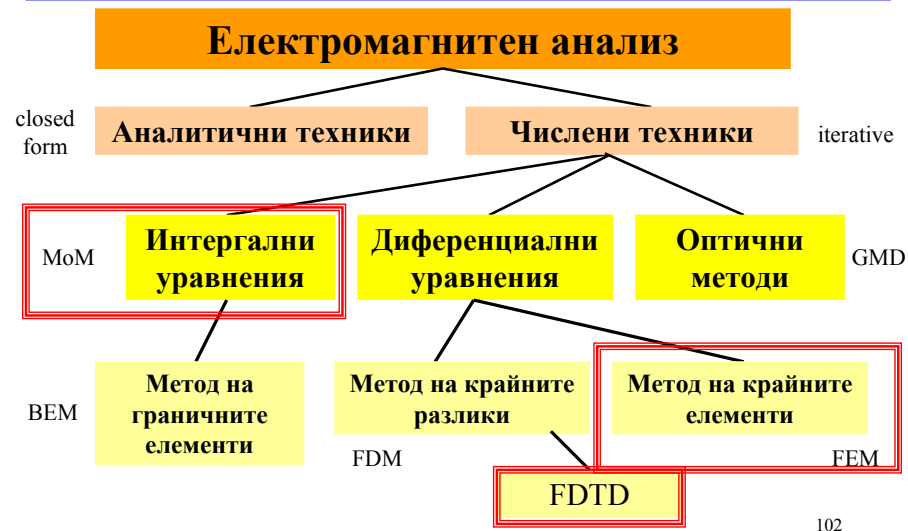
Курс "Приложна електродинамика"

Обзор на числените методи за анализ на електродинамични структури (продължение)

Теми:

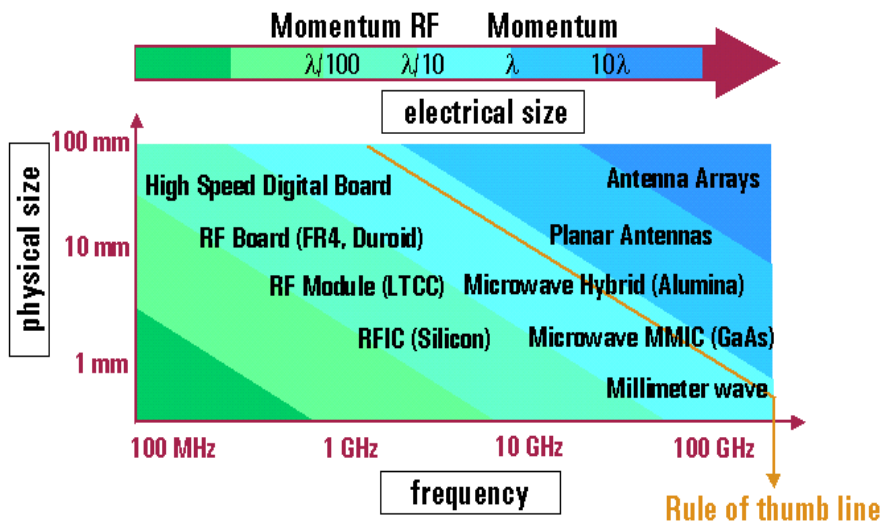
- ▲ Диференциални методи: FEM и FDTD;
- ▲ Квази-оптични методи: анализ на антени и на радио-каналы (много кратко);
- ▲ Други методи: Генетични методи (кратко)

Отново: на какви техники се базира съвременния електромагнитен анализ?



Пример: ADS Momentum 2½D-симулатор

Зависимост между максималните физическите размери на структурата и честотната област на симулации



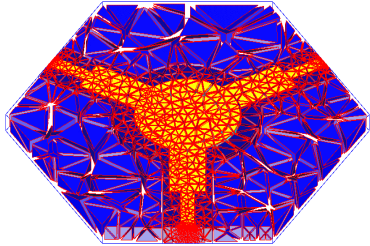
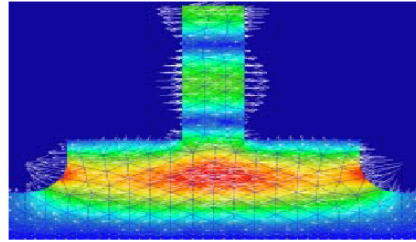
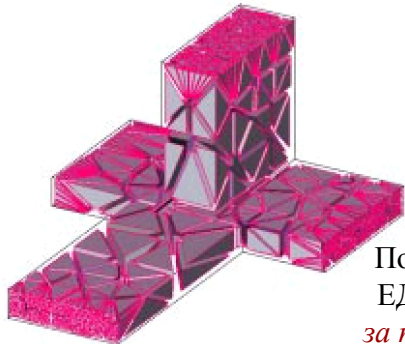
ЧАСТ II:

Числени техники в 3D EM симулатори

FEM:

Метод на крайните елементи

Диференциалните методи в електродинамиката



По принцип, диференциалните методи в ЕД се формулират като *гранични задачи за полетата*. Като такива, решението на даден проблем за излъчване (*radiation*) или отражение (*scattering*) изисква генериране на *числен механизъм* за свързване (*coupling*) на решенията за отделни, близко-разположени области дадена ЕД структура и нейното околno пространство \Rightarrow *крайни методи*.

Диференциални крайни методи

Крайните методи могат да се класифицират като *различни техники* (числени), които дават приближени решения (за полетата E и H) на *дискретизирани модели* на *реални непрекъснати структури* при определени гранични условия. Следователно, те предлагат начини за числено решаване на *специфични диференциални уравнения* в едно или повече измерения (вкл. времето).

$$D(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{g}(\mathbf{r}, t) \text{ за } \mathbf{r} \in V_0$$

където:

V_0 - M -мерен краен обем (x, y, z, t) , ограден от повърхност S_0 ;

$D(\mathbf{r}, t)$ - диференциален оператор (напр. от уравненията на Maxwell);

$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ - неизвестната векторна функция (полетата);

$\mathbf{g}(\mathbf{r}, t)$ - известен вектор (*driving vector*) (възбуждането);

$\mathbf{f}_0(\mathbf{r}, t)|_{S_0}$ - известни гранични условия за \mathbf{f} (полетата) върху S_0

Различни методи с крайни елементи

FDM:

Метод на крайните разлики (по една пространствена координата)

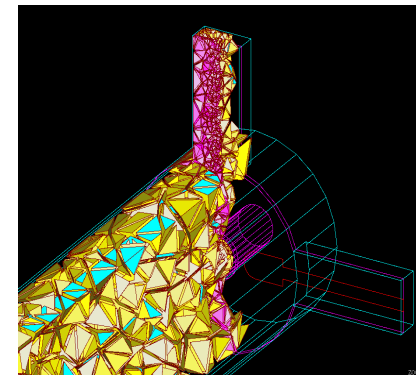
FDTD:

Метод на крайните разлики (включително и във времевата област)

FEM:

Метод на крайните елементи (по всички пространствени координати) (FDM - частен случай на FEM)

Обща изчислителна процедура на FEM:



FEM методът е най-старият числен метод. Приложението му в ЕД при 3D-симулаторите включва преди всичко дискретизация на обема на структурата на множество малки елементи с определени размери и форма (*finite elements*). Идеята е ЕМ поле в структурата да се представи като сума от приносите на всеки отделен елемент чрез въвеждане на система от локални базови функции.

Математическа процедура:

✓ Представяне на полето като сума по базовите функции:

$$f(\mathbf{r}) = \sum C_n U_n(\mathbf{r}) \text{ за } \mathbf{r} \in V_0$$

$$n = 1, 2, \dots, N-1, N$$

✓ Заместване в основното уравнение:

$$D(\mathbf{r}) \cdot f(\mathbf{r}) = \sum C_n \{D(\mathbf{r}) \cdot U_n(\mathbf{r})\} = g(\mathbf{r})$$

✓ Уравнение за C_n чрез дискретизиране на възбудането с тестващи функции

$$\langle W_k(\mathbf{r}), D \cdot f(\mathbf{r}) \rangle = \sum C_n \langle W_k(\mathbf{r}), D(\mathbf{r}) \cdot U_n(\mathbf{r}) \rangle$$

$$= \langle W_k(\mathbf{r}), g(\mathbf{r}) \rangle, \quad k = 1, 2, \dots, N-1, N$$

Тук са приети следните означения:

$U_n(\mathbf{r})$ - мрежа от векторни базови функции; $W_k(\mathbf{r})$ - мрежа от тестващи функции (ако $U_n(\mathbf{r}) = W_k(\mathbf{r})$ - процедура на Galerkin), C_n - неизвестни коефициенти, решения на матричното уравнение

Практически пример: Приложение на процедурата при HFSS

◆ Директно от уравненията на Maxwell и материалните уравнения:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E};$$

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H};$$

избира се $\rho, \mathbf{J} = 0; \mathbf{E}, \mathbf{H} \sim +j\omega t$

където са въведени комплексните относителни диелектрична и магнитна проницаемости на средата:

$$\epsilon_r = \epsilon'_r + j\epsilon''_r = \epsilon'_r (1 + \sigma / (j\omega \epsilon'_r)) = \epsilon'_r (1 + \text{tg} \delta_\epsilon),$$

$$\mu_r = \mu'_r + j\mu''_r = \mu'_r (1 + \sigma / (j\omega \mu'_r)) = \mu'_r (1 + \text{tg} \delta_\mu)$$

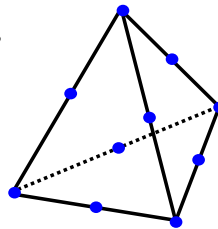
се получава вълновото уравнение за полетата:

$$\nabla \times \{ \nabla \times \mathbf{E} \} - k_0^2 \epsilon_r \mu_r \mathbf{E} = 0$$

където $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \omega^2 / c^2$ - вълновото число:

110

◆ моделът на структурата, която ще се изследва, се разделя на хиляди малки области (тетраедри) и за всички възлови и средни точки от тях се дефинират базови функции $U_n(\mathbf{r})$ - общо $2 \times 10 = 20$ функции/тетраедър; $n = 1, 2, \dots, N-1, N$



◆ вълновото уравнение се интегрира по обема:

$$\int_V [U_n(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times \{ \nabla \times \mathbf{E} \} - k_0^2 \epsilon_r \mu_r U_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}] dV = 0$$

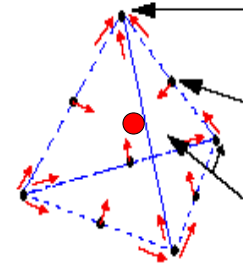
◆ въвеждат се тестващи функции (\equiv базовите), с които се дискретизира възбудането на структурата/граничните условия:

$$\int_V [(\nabla \times U_n) \cdot \nabla \times \mathbf{E} - k_0^2 \epsilon_r \mu_r U_n(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}] dV =$$

$$\int_S (\text{boundary term}) dS$$

111

Как се дефинират базовите и тестващите функции?



Във възловата точка (*vertex*) се съхранява стойността на **тангенциалната съставляща** на полето относно даден ръб на елемента

В средната точка се съхранява **перпендикулярната съставляща** на полето относно даден ръб на елемента (тангенциална на площта)

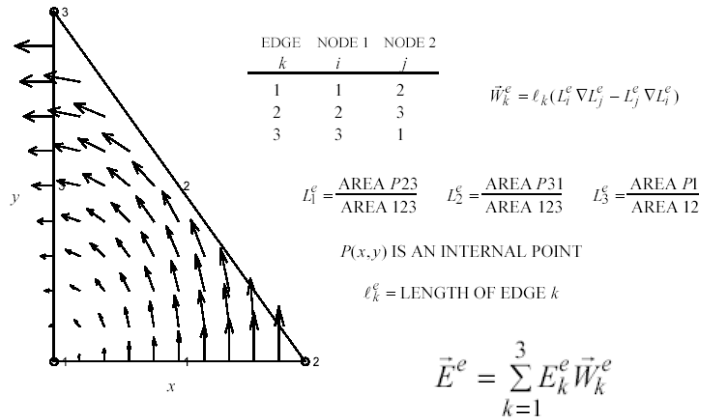
Пълното векторно поле във вътрешността на даден тетраедър се интерполира от възловите стойности на полетата, определени на съответните точки от тетраедъра

◆ **важна стъпка:** пълното векторно поле във всеки тетраедър се представя като векторна сума по базовите функции с неизвестни коефициенти x_m

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^N x_m \vec{\mathbf{U}}_m(\mathbf{r})$$

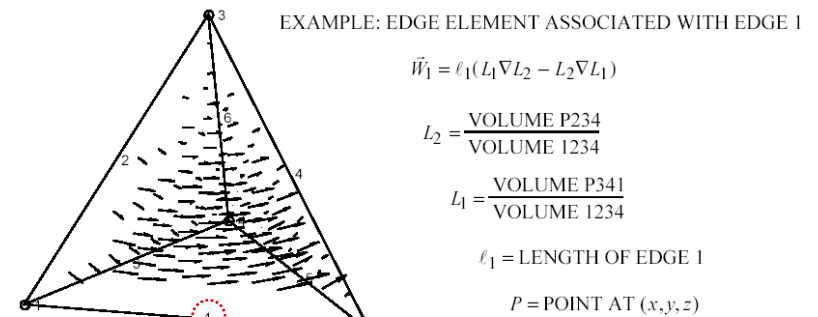
112

Пример: 2D клетка (subdomain)



Полето вътре в триъгълника е суперпозиция от трите ръбни компоненти

Пример: 3D клетка (subdomain)



Представено е само полето, асоциирано към ръб 1. Сумарното поле е много по-сложно

◆ след заместване се получават система от уравнения ($N \times N$) за неизвестните коефициенти:

$$\sum_{m=1}^N x_m \left(\int_V [(\nabla \times U_n) \cdot \nabla \times U_m - k_0^2 \epsilon_r \mu_r U_n U_m] dV \right) = \int_S (\text{boundary term}) dS$$

Всъщност, това е едно матрично уравнение от вида

$$\hat{A} \hat{x} = \hat{b}$$

където:

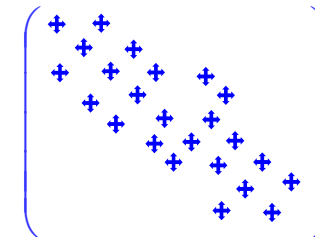
\hat{A} известна $N \times N$ матрица: комбинация от базовите функции;

\hat{x} вектор-стълб на неизвестните коефициенти;

\hat{b} известен вектор-стълб на възбудането/граничните условия

Свойства на матрицата, получена чрез FEM метода:

- ❖ от много висок ранг: обикновено N е повече от 10^4
- ❖ много рядка, с голям брой нулеви елементи: само базовите функции, дефинирани в даден тетраедър, дават ненулеви записи
- ❖ компактна: прилага се интелигентна обработка и подреждане на ненулевите елементи, при което те се групират около главния диагонал



Решаване на матричното уравнение:

- Численото решаване на матричното уравнение става чрез ефективни декомпозиционни техники. В HFSS-7 се използва итеративен **Multifrontal Matrix Solver**. Декомпозирането на огромната матрица на множество подматрици от по-нисък ранг позволява използване на ефективна *паралелна изчислителна техника*.
- Правилното дискретизиране на обема на тетраедри също има значение за скоростта и точността на изчисленията (при подходящо съотношение на размерите на тетраедрите се генерират добре дефинирани от математическа гледна точка матрици).
- Ако възбудянето на структурата се промени, се изменя само дясната част на матричното уравнение (възбудянето на входовете, граничните условия, източниците, падащите вълни). Следователно, в такива случаи декомпозирането на матрицата се извършва само един път.

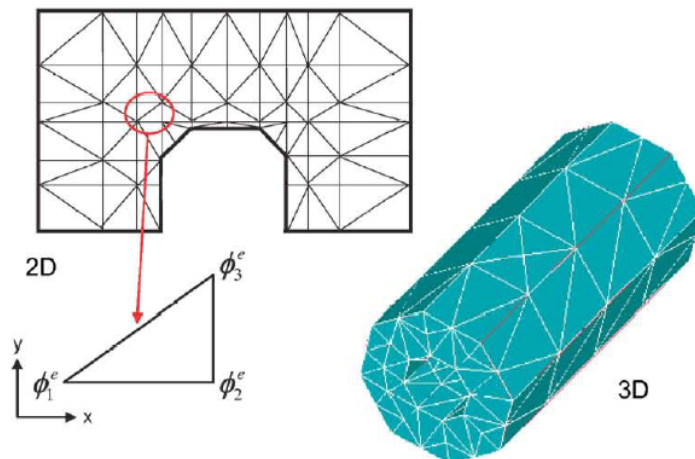
117

По-важните приближения при FEM метода:

- При дискретизацията: Тетраедрите, на които се разделя структурата, имат много добри “запълващи” свойства (добре покриват обема). Независимо от това, част от краищата на структурата могат да бъдат задебелени.
- При възбудянето: Възбудянето на входовете (дясната страна на уравнението) се решава първо в 2D опция на възбуждащите полета, а след това – в 3D опция. Това е източник на неточности.
- Ограничения при моделите на “свободното пространство”: откритите структури (излъчващи до безкрайност) са недопустими. Структурата се загражда в кутия (*box*) с идеални абсорбиращи стени за падащата вълна, които обаче, “пропускат” излъчената от дискретизирания обем вълна (ефект на “абсолютно черно тяло”).
- Математически ограничения при изчисленията, свързани с броя на значещите цифри.

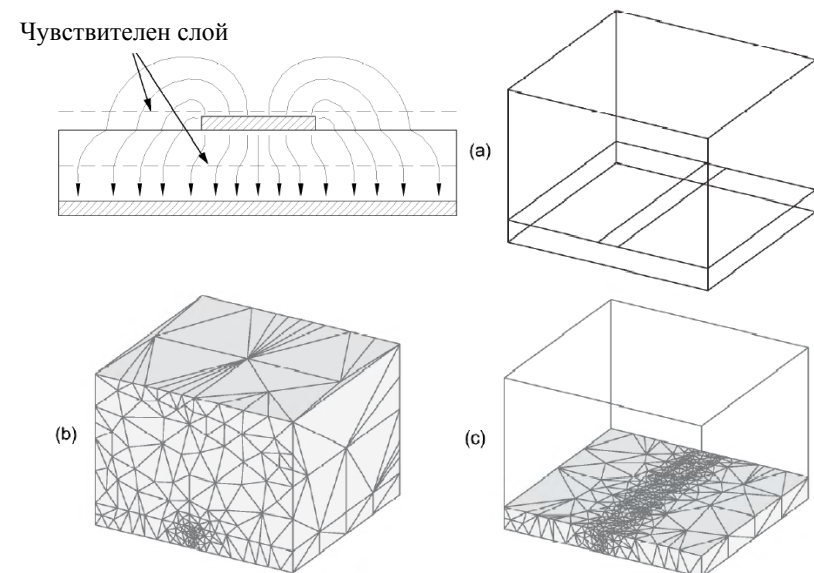
118

Примери за 2D и 3D дискретизация



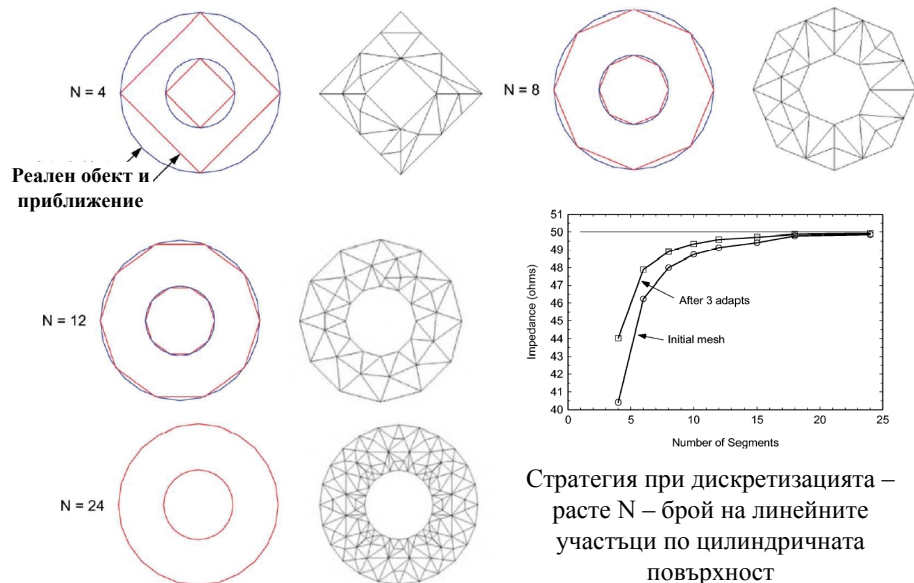
119

Примери за дискретизация на микролентова линия

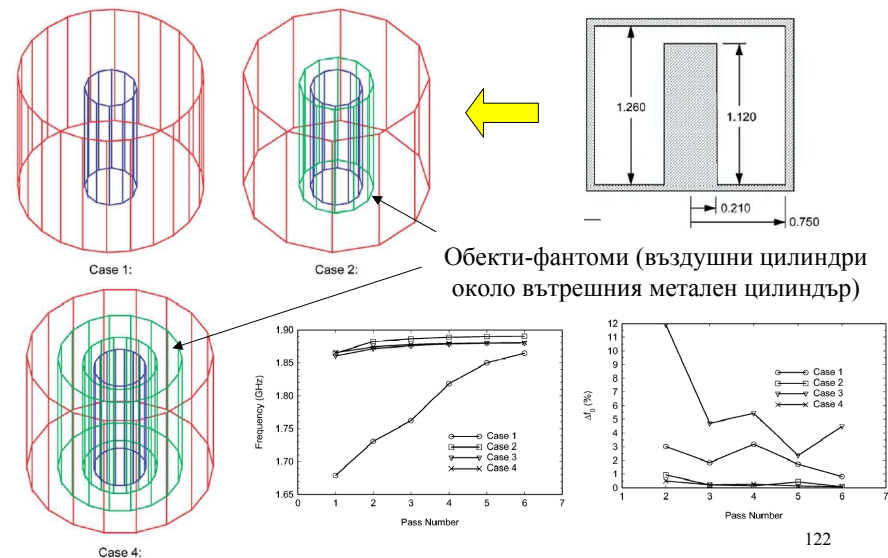


0

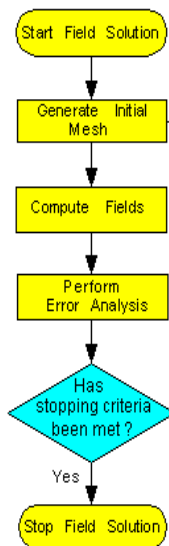
Примери за дискретизация на 3D цилиндри



Пример: дискретизация с помощта на лъжливи (фантомни) обекти със същата запълваща среда

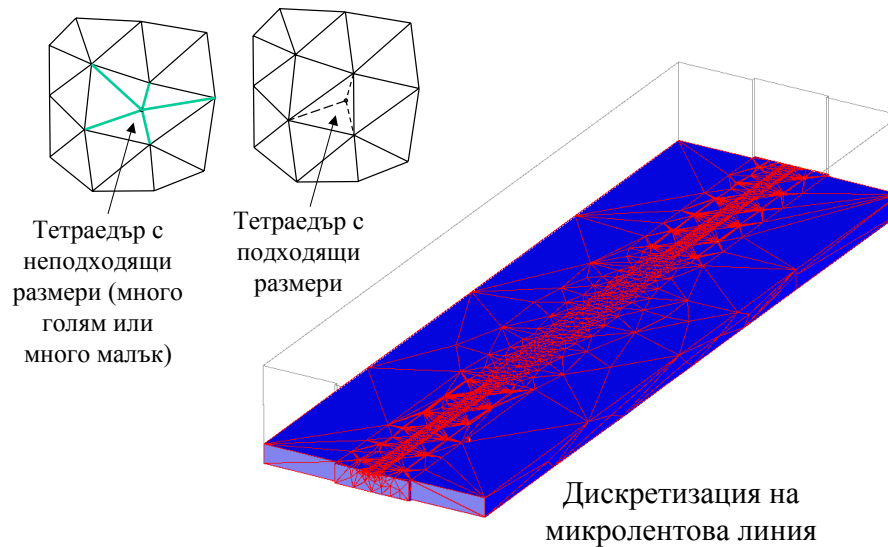


Адаптивна дискретизация при FEM метода (HFSS):

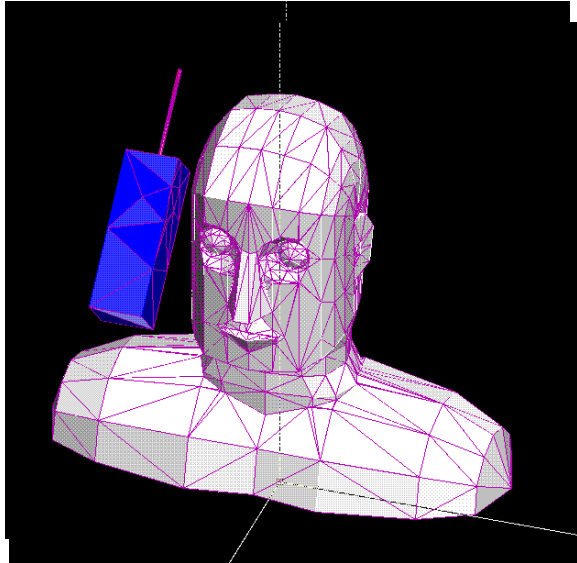


- Първоначална дискретизация (initial mesh): структурата се дели на тетраедри с размери $\leq \lambda/4$ в свободното пространство
- Изчисление на полето за определена честота от лентата на устройството ($f = f_{test}$):
- Два критерия за адаптивна дискретизация:
 - ако не е достигнат първоначално зададен брой адаптивни процедури n_{max} или
 - ако не е достигната първоначално зададена точност ΔS при определяне на S-параметрите на структурата

Предефиниране на дискретната мрежа:



Пример: дискретизиране на сложен диелектричен обект



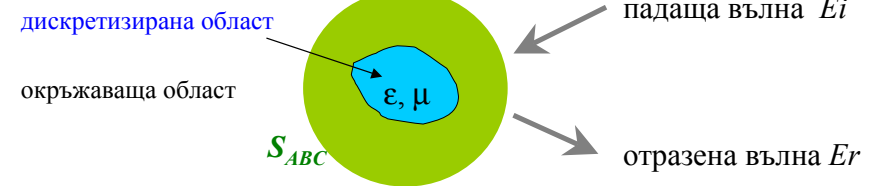
125

Проблем: граничните условия

Два основни типа гранични условия:

- **интегрални (нелокални)**
- **локални**

При дискретизирани електродинамични структури е необходимо дискретният елемент да се отдели от останалата “интегрална” област. Това става с въвеждане на фиктивна затворена повърхност S_{ABC} , оградяваща дискретизираната област от оръждаващата, върху която се прилагат гранични условия.



126

Две числени техники за определяне на граничните условия:

- метод на интегралните уравнения или др. нелокални методи:

Оръждаващата област се представя чрез еквивалентните електрически и магнитни токове върху повърхността S_{BC} (формализъм на Green-интегралите) и описва всички възможни електромагнитни взаимодействия, произтичащи от уравненията на Maxwell \Rightarrow **прецизен, но силно нелокален подход!**

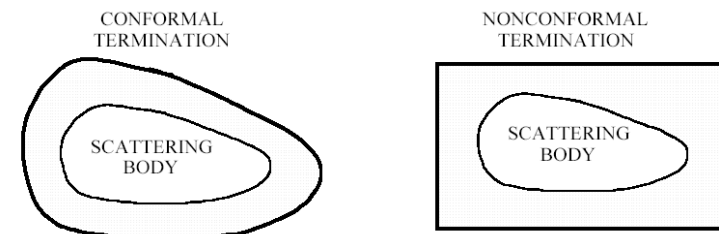
- метод на абсорбиращите гранични условия (ABC):

Оръждаващата област е ограничена от идеално абсорбираща падащата вълна повърхност S_{ABC} , но “пропуска” излъчената от дискретизирания обем вълна (ефект на “абсолютно черното тяло”) \Rightarrow **ограничен, но съществено локален подход!**

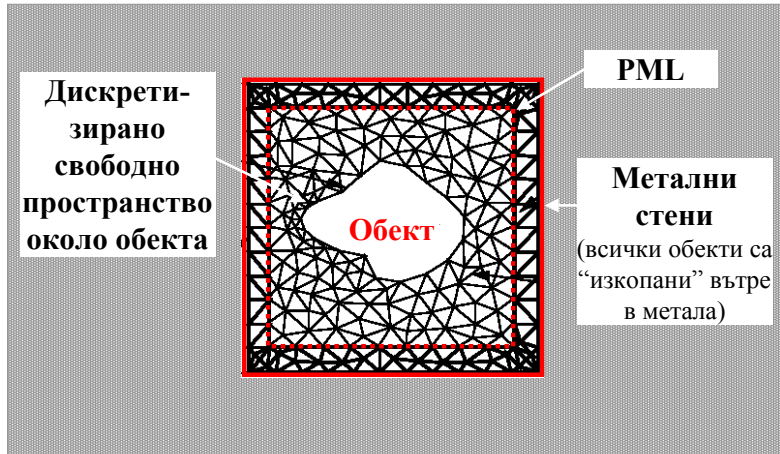
Приет в много от съвременните 3D-симулатори и позволява решаването на много практически електродинамични проблеми.

Два основни метода за съгласуване на дискретизирания обем

- **PML** (Perfectly-Matched Layers) – дискретизираното излъчващо тяло е оградено от кутия с неотразяващи стени (не физически слоеве, а математически - просто за по-правилни изчисления)
- **ABC** (Absorbing Boundary Conditions) – към стените са наложени такива гранични условия, при които всички излъчени полета се поглъщат; пълно съгласуване без отражение.

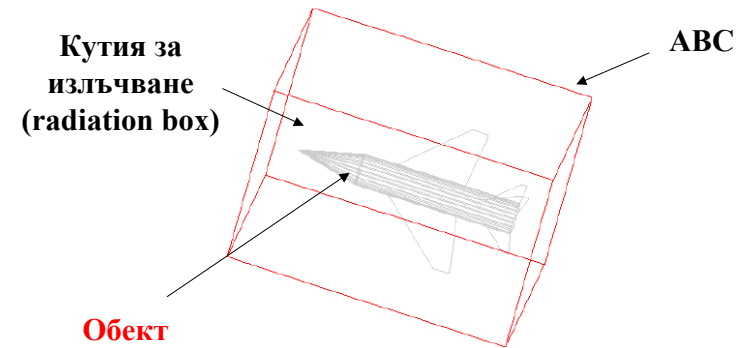


1) PML



PML – (измислени) едно или многослойни магнито-диелектрични стени, граничещи с външния идеален метал, за които $\epsilon_r = \mu_r \sim 1 - j$ и с дебелина $d \sim 0.15\lambda_0$. Най-близките точки на симулираното тяло са на разстояние $\sim(1-2)\lambda_0$ от PML.

2) ABC



ABC – стени с висок повърхнинен импеданс, които осигуряват еквивалентно пространство за излъчване $R \rightarrow \infty$. Най-близките точки на симулираното тяло са на разстояние $\sim(1-2)\lambda_0$ от ABC. Формата на ABC стените зависи от формата на тялото.

130

FDTD:

Метод на крайните разлики
във времевата област



FEKO



CST
COMPUTER SIMULATION
TECHNOLOGY



THE ADVANCED
SIMULATION TOOL FOR
ELECTROMAGNETIC
ANALYSIS AND DESIGN

MAFIA

4

Department of Electronic & Computer Engineering

Brunel University, UK.

132

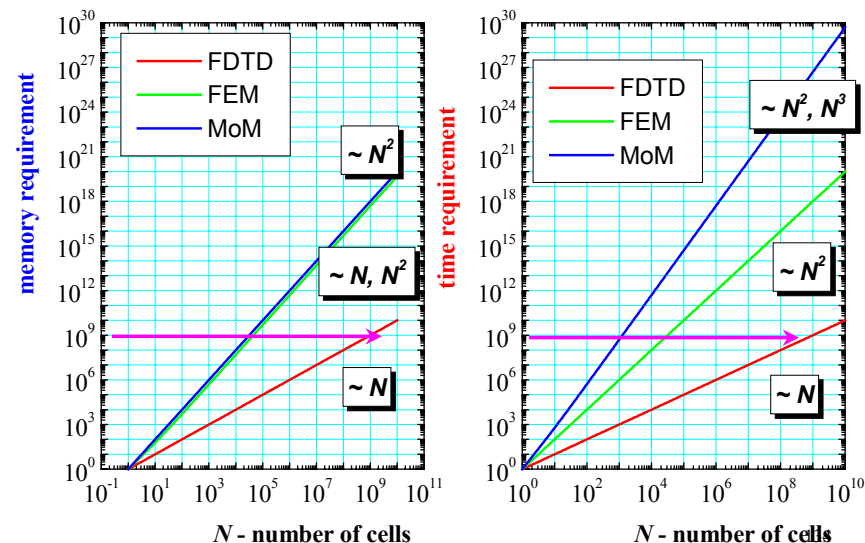
Сравнение между FEM и FDTD методите

FEM е *frequency-domain* метод: изследва се честотният отклик на структурата на вълни ($j\omega$) в установен (steady-state) режим

FDTD е *time-domain* метод: изследва се еволюцията на отклика на структурата във времето (time-marching процедура)

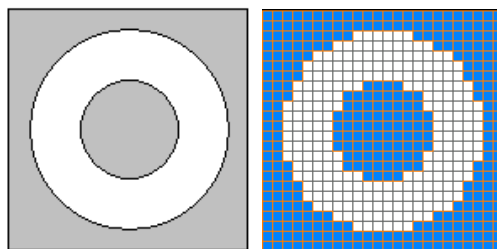
- FDTD е най-директният метод за числено решаване на уравненията на Maxwell. Основната идея е да се използва метода на крайните разлики (FDM) за представяне на диференциалните оператори ($\nabla \times$) в тях в алгебрична форма. Чрез Уее-алгоритъм се изразяват едно чрез друго E и H поле в пространството чрез тяхната еволюция във времето (FDTD метод) и така диференциалните уравнения на Maxwell се преобразуват в чисто нелинейни алгебрични уравнения. Тази процедура не създава огромни матрици, както е при FEM и MoM и, следователно, FDTD методът не изисква толкова сериозни компютърни ресурси, особено при изследване на структури с размери ¹³³ 10λ

Изисквания (в относителни единици) за необходимите компютърни ресурси при различните електродинамични методи

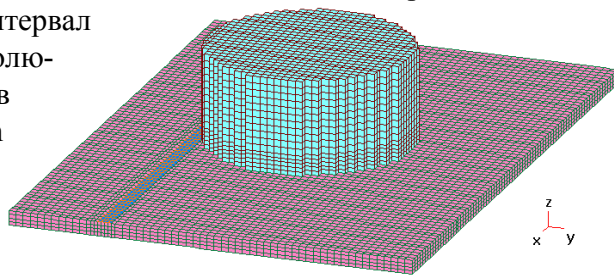


Пространствена мрежа при FDTD метода

Както при другите числени методи (FEM, MoM), и при FDTD метода дадена обемна структура се дискретизира в пространството (най-често на кубични клетки - кубоиди). Разликата тук е, че допълнително се дискретизира и времевия интервал - така се изследва еволюцията на полетата във времето (time-domain response).



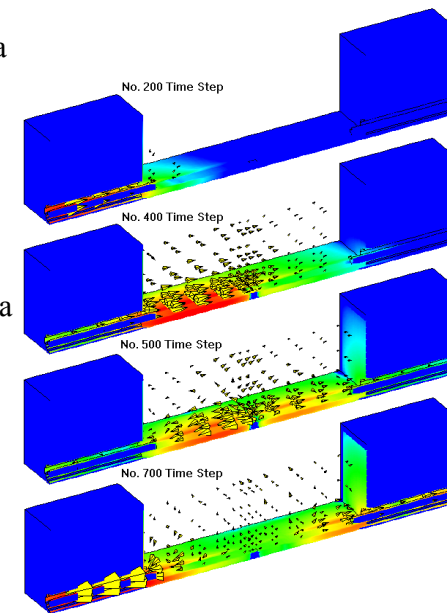
коаксиален кабел: напречно сечение



диелектричен резонатор в/у микролентова линия ¹³³

Следователно, най-важните достоинства на FDTD метода са свързани с възможността за изследване на *нелинейни ефекти* в структурите, както и с естествения начин за третиране на *импулсното поведение* на техния времеви и честотен отклик както за синусоидални, така и за несинусоидални сигнали.

Натрупването на time-domain данни във времето предлага естествен начин за *визуализация на ЕД поведение* на структурата във времето (анимация на полетата), а след Фурие преобразуване (FFT) - и по честота.



Математически основи на FDTD метода

Едномерен случай: разпространение на плоска вълна по оста Ox

Разглеждаме едномерното вълново уравнение ($u(x, t) \Rightarrow E$ или H):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

с решения: $u(x, t) = \underbrace{F(x + ct)}_{\leftarrow} + \underbrace{G(x - ct)}_{\rightarrow}$

Заместени в скаларното вълново уравнение се получава тъждество:

$$c^2 F''(x + ct) + c^2 G''(x - ct) = c^2 [F''(x + ct) + G''(x - ct)]$$

$F(x + ct), G(x - ct) \sim e^{j(\omega t \pm kx)}$ са известните решения за разпространяващи се вълни в права и обратна посоки: $+x \Rightarrow -x$ или $-x \Rightarrow +x$.

137

Представяне (дискретизация) чрез крайни разлики по x и t :

Решението $u(x, t)$ и производните му по x и t могат да се развият в пространствени и времеви редове на Taylor (*крайни разлики*):

- около **пространствена точка x_i** в интервал $(x_i - \Delta x, x_i + \Delta x)$ за фиксирано време $t_n = \text{const}$ и
- около **времева точка t_n** в интервал $(t_n - \Delta t, t_n + \Delta t)$ за фиксирана пространствена точка $x_i = \text{const}$

Тогава едномерното вълново може да се дискретизира като:

$$\frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{(\Delta t)^2} + O\left[\frac{\Delta t^2}{(\Delta t)^2}\right] = c^2 \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} + O\left[\frac{\Delta x^2}{(\Delta x)^2}\right]$$

Тук с u_i^n е означена стойността на полето в **пространствена точка $x_i = i\Delta x$** и във **времева точка $t_n = n\Delta t$**

138

Ако се пренебрегнат малките квадратични членове $O[(\Delta x)^2]$ и $O[(\Delta t)^2]$ по x и t се получава израза:

$$u_i^{n+1} \cong (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] + 2u_i^n - u_i^{n-1}$$

При $\Delta x = c\Delta t$ (magic time-step): $u_i^{n+1} \cong u_{i+1}^n + u_{i-1}^n - u_i^{n-1}$

Горният израз означава следното: стойността на полето u_i^{n+1} в даден момент $n+1$ в околността на дадена точка $i-1, i, i+1$, може да се определи само от стойностите му в предишни моменти n и $n-1$ за същата точка, определени по същата процедура и запазени в компютърната памет. Следователно, тук не се получават никакви системи от независими уравнения или матрични уравнения (както при FEM, MoM). **Това е опростената процедура за численото FDTD-решение на скаларното вълново уравнение!**

139

По разгледаната процедура могат да се решават числено широк клас едномерни задачи за разпространение на ЕМ вълни с дисперсия, загуби в средите и проводниците и пр., както в спектралната област (frequency-domain) така и във времевата (time-domain).

Числена стабилност на решението

Представената time-marching процедура може да се окаже нестабилна при неправилно избрани стъпки на дискретизация по x и t .

Условие за числена стабилност на алгоритъма:

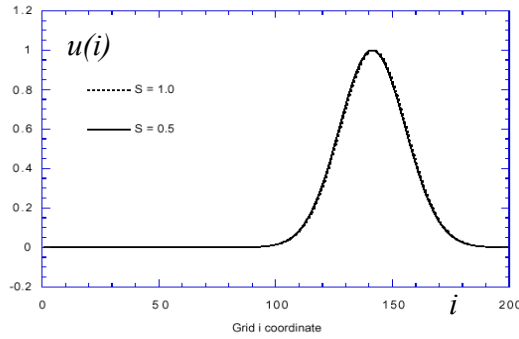
$$S \equiv c\Delta t / \Delta x \leq 1 \iff \Delta t \leq \Delta x / c$$

S се нарича **числен фактор на стабилността**. Обикновено при ЕД задачи пространствената стъпка на дискретизация се определя от съображения, свързани с дължината на вълната в структурата, т.е. $\Delta x \leq \lambda/4$ (типично при практическите задачи $\leq \lambda/10$ до $\leq \lambda/20$). Следователно, Δt се определя допълнително от условието за стабилност $S \leq 1$, т.е. $\Delta t \leq \Delta x / c$.

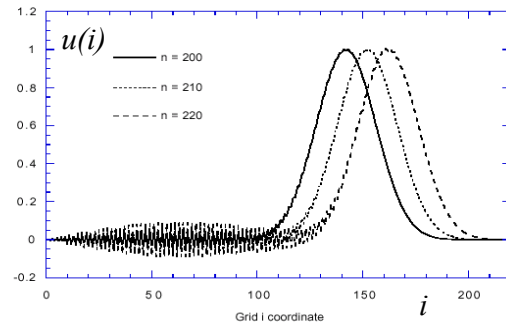
140

Пример: разпространение на Gaussian импулс в свободното пространство

- при $S = 1$ и $S = 0.5$ решението е стабилно за всяка пространствена grid-координата i .



- при $S = 1.0005 > 1$ решението е нестабилно и численият шум започва да нараства експоненциално с увеличаване на времето (т.е. с времевата grid-координата n)



Приложение на FDTD метода в тримерното пространство: алгоритъм на Yee

През 1966 г. Кане Yee предлага най-директния числен 3D-метод в електродинамиката, базиращ се на FDM метода на крайните разлики, за представяне в алгебрична форма на зависещите от времето уравнения на Maxwell, включващи диференциалния оператор **rot** (или $\nabla \times$):

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = -\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E} \quad \text{и} \quad \partial \mathbf{E} / \partial t = \varepsilon^{-1} \nabla \times \mathbf{H}$$

След появата на бързите компютри с паралелна архитектура този метод (известен като **тримерен FDTD метод**) днес се развива изключително бързо и е в основата на много от модерните софтуерни електромагнитни 3D-симулатори.

По-надолу е разгледан първо *качествено*, а после и *количествено* (с математически изрази) тримерната FDTD процедура (алгоритъм на Yee) за хомогенни 3D-среда.

Качествено описание на алгоритъма на Yee:

- Първата стъпка е разделянето (дискретизацията) на структурата на малки кубове с еднакви размери - клетки на Yee;

- Във всяка клетка се записват уравненията на Maxwell, съдържащи диференциалния оператор **rot** (или $\nabla \times$). Вътре в клетката с декартови координати (i, j, k) се записват полетата $\mathbf{u}(i, j, k)$

$$(i, j, k) = (i\Delta x = j\Delta y = k\Delta z) \Rightarrow u(i, j, k) = (i\Delta x = j\Delta y = k\Delta z) = \mathbf{u}^n_{ijk}$$

- Може да се приеме, че вътре в клетката полетата са постоянни; Тогава от връзките между полетата (rot):

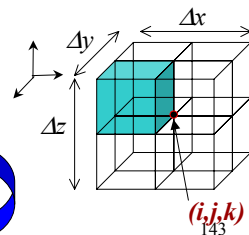
$$H_y \text{ в т. } (i, j, k) \cong E_x \text{ и } E_z \text{ в клетката } (-\text{const}/\mu)$$

$$E_y \text{ в т. } (i, j, k) \cong H_x \text{ и } H_z \text{ в клетката } (\text{const}/\varepsilon)$$

E-полето: в момента $t = n\Delta t$ (n - цяло)

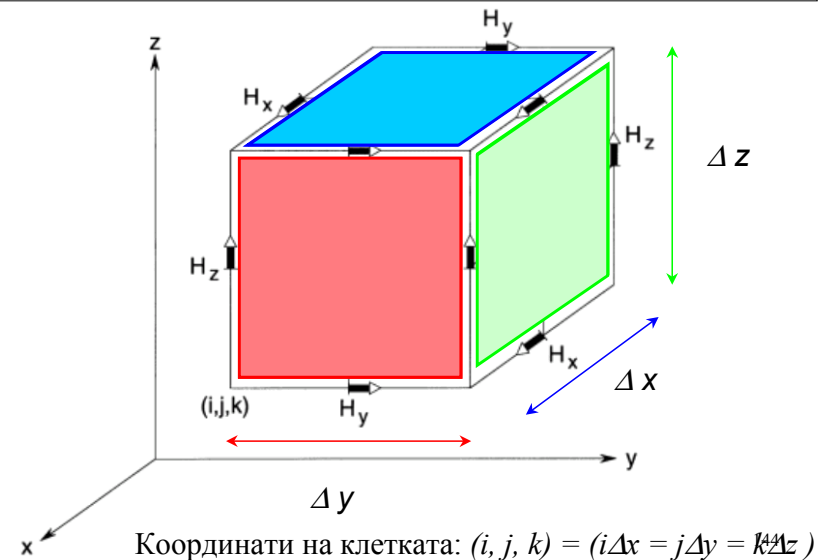
H-полето: в момента $t = (n+1/2)\Delta t$

(Δt - дискретна стъпка във времето)



Единична клетка на Yee:

кубоид с крайни размери: $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z \quad \{\Delta t \leq \Delta/c\sqrt{3}\}$



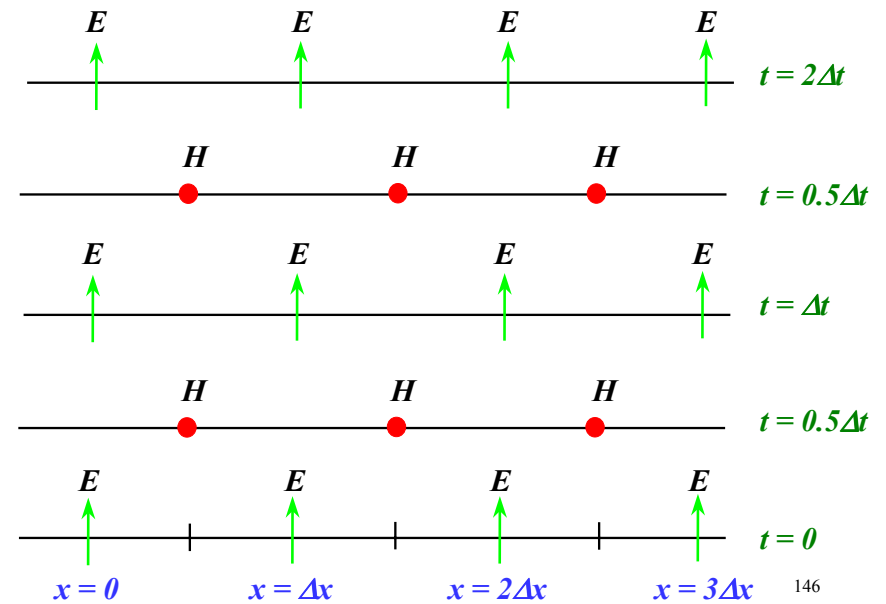
• Новото при записването на пространствените и времевите производни на полетата тук е използване на изрази чрез т. нар. *центрирани крайни разлики* (centered finite-difference, central difference). При този подход клетките са разделени допълнително на $\frac{1}{2}$ -части по Δx , Δy и Δz , както и по Δt - *leapfrog процедура*:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i+1/2, j, k}^n - u_{i-1/2, j, k}^n}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i, j, k}^{n+1/2} - u_{i, j, k}^{n-1/2}}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2]$$

Така, местоположението за определяне на стойностите на E и H полетата се разделя пространствено на интервали $\frac{1}{2}\Delta x$, $\frac{1}{2}\Delta y$ и $\frac{1}{2}\Delta z$, но вътре в рамките на клетката (!), а също и във времето $\frac{1}{2}\Delta t$, но в рамките на един интервал (!). **В резултат:** постига се по-голяма точност при диференцирането и по-естествен и гъвкав начин за представяне на диференциалния оператор **rot** (или $\nabla \times$) от полетата

Илюстрация на процедурата: *central difference leapfrog time-stepping*

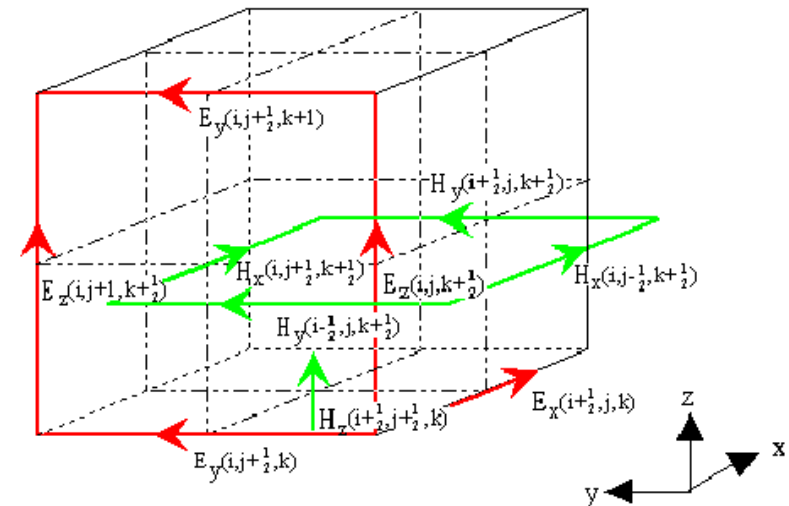


➡ Следователно, съгласно описаната процедура *полетата* в даден момент могат експлицитно да се определят от стойностите им в предишния момент в дадената елементарна клетка с материални параметри ϵ и μ без използване на диференциални оператори.

Предложеният алгоритъм изчислява *полетата E и H заедно във времето и пространството*, а не поотделно чрез решаване на вълново уравнение за всяко и свързването им чрез гранични условия (FEM). Този подход е много по-смислен и ефективен, което го прави приложим за много повече реални електродинамични задачи. По описаното свойство FDTD е аналогичен на MoM, където обаче връзката между E и H става чрез граничните условия. При FDTD **няма необходимост от специално налагане на гранични условия!** Непрекъснатостта на тангенциалните E и H компоненти по границата между отделните клетки е осигурена автоматично от Yee-процедурата. Това е с сила и когато съседните клетки са от различни среди (където се прилагат гранични условия при другите методи). Изисква се, обаче, отсъствие на външни токове и заряди.

Контури за определяне на ротацията от полетата:

➡ за E-полето; ➡ за H-полето



Формули за еволюцията на полетата, определена по FDTD метода:

$$E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1} = \frac{1 - \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^n + \frac{2\delta t}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} \left(\frac{H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta y_j + \delta y_{j-1}} - \frac{H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta z_k + \delta z_{k-1}} \right)$$

$$E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1} = \frac{1 - \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^n + \frac{2\delta t}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} \left(\frac{H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta z_k + \delta z_{k-1}} - \frac{H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i-1}} \right)$$

$$E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1} = \frac{1 - \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^n + \frac{2\delta t}{1 + \frac{\sigma_{ijk}\delta t}{2\epsilon_{ijk}}} \left(\frac{H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta x_i + \delta x_{i-1}} - \frac{H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} - H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2}}{\delta y_j + \delta y_{j-1}} \right)$$

$$H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} = H_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2} + \frac{\delta t}{\mu_{ijk}} \left(\frac{E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta z_k} - \frac{E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta y_j} \right)$$

$$H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} = H_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2} + \frac{\delta t}{\mu_{ijk}} \left(\frac{E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta x_i} - \frac{E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta z_k} \right)$$

$$H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2} = H_{z_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n-1/2} + \frac{\delta t}{\mu_{ijk}} \left(\frac{E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{x_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta y_j} - \frac{E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}+1}}^{n+1/2} - E_{y_{i^{\pm},j^{\pm},k^{\pm}}}^{n+1/2}}{\delta x_i} \right)$$

Тук i^{\pm}, j^{\pm} и k^{\pm} означават пространствено отместване на 1/2 от размера на клетката по $0x, 0y$ и $0z$.

Частен случай за изменение на полетата при $\sigma = 0$:

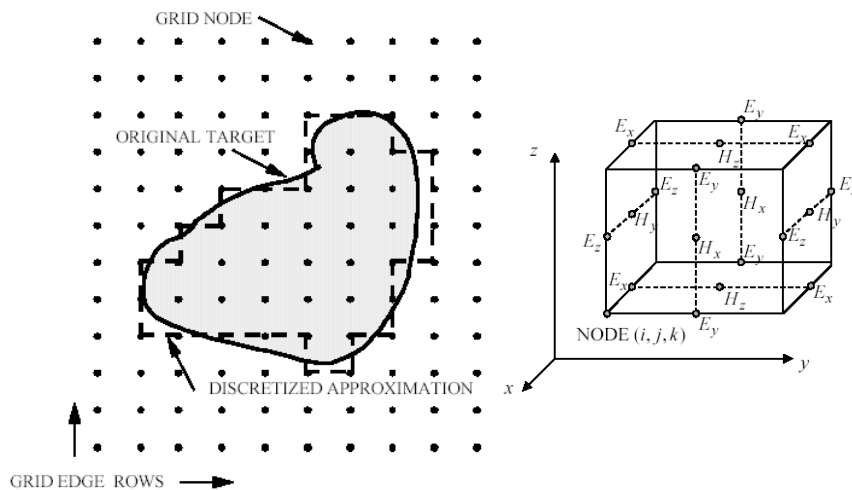
$$H_{x(i,j,k+)}^{n+1/2} = H_{x(i,j,k+)}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{ijk}\Delta z} \left(E_{y(i,j,k+)}^n - E_{y(i,j,k)}^n \right) - \frac{\Delta t}{\mu_{ijk}\Delta y} \left(E_{z(i,j+1,k+)}^n - E_{z(i,j,k+)}^n \right)$$

+ подобни изрази за H_y и H_z

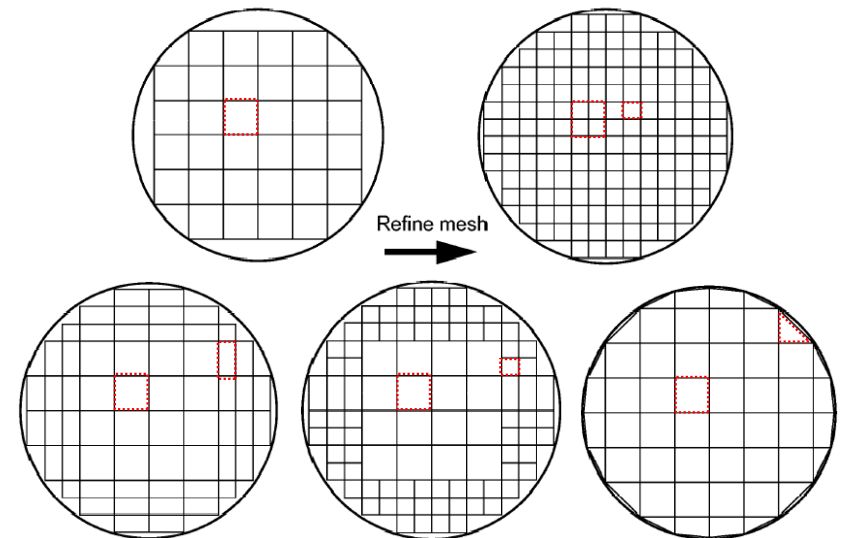
$$E_{x(i+,j,k)}^{n+1} = E_{x(i+,j,k)}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_{ijk}\Delta y} \left(H_{z(i+,j-,k)}^{n+1/2} - H_{z(i+,j-,k)}^{n-1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\epsilon_{ijk}\Delta z} \left(H_{y(i+,j,k+)}^{n+1/2} - H_{y(i+,j,k-)}^{n+1/2} \right)$$

+ подобни изрази за E_y и E_z общо 6 алгебрични изрази.

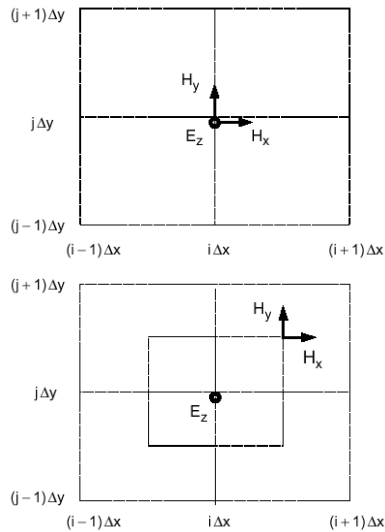
Най-прост пример: дискретизация по оригиналната мрежа



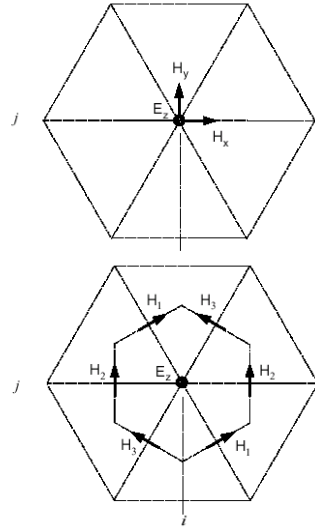
Пример: различни стратегии за изграждане на кубични мрежи



Алтернативни FDTD мрежи: по-гъвкави и по-прецизни



Паралелепипед

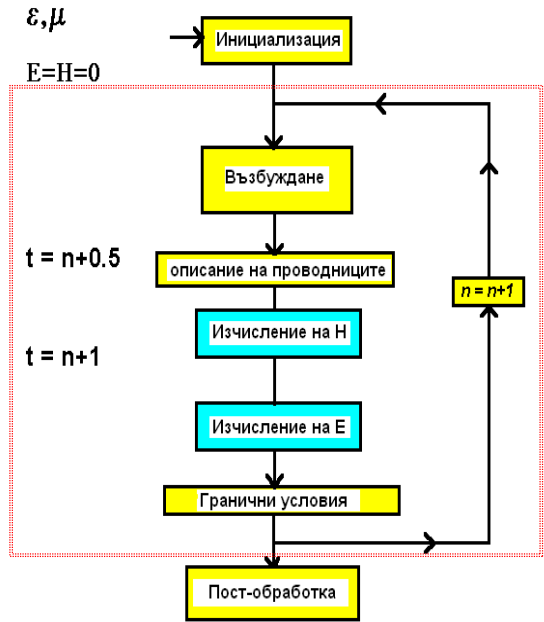


Хексаедър

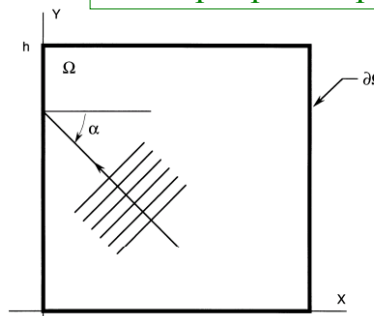
Паралелен изчислителен алгоритъм на FDTD-метода:



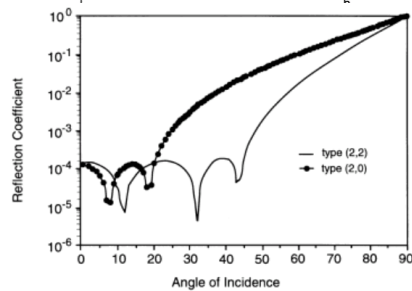
Компютри с паралелна архитектура



Абсорбиращи гранични условия (ABC)

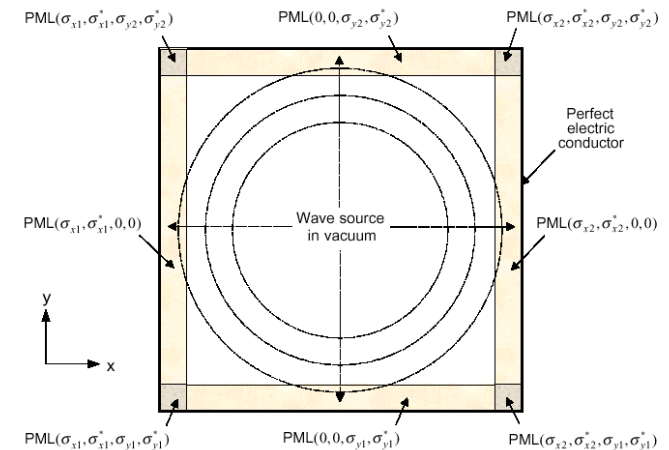


Идеята на абсорбиращите стени е да погълнат излъчващото се поле от симулираната структура за да се имитира свободно пространство

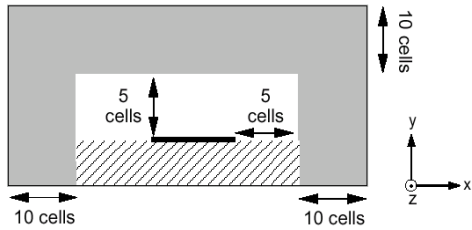
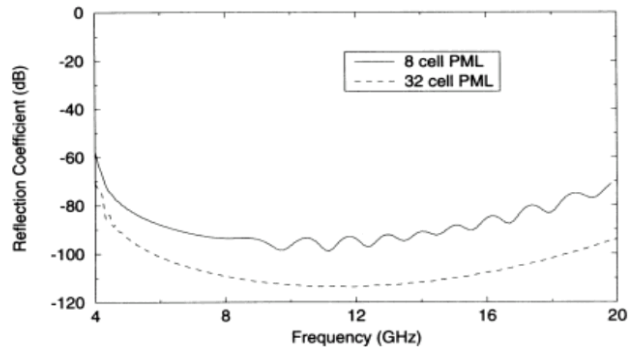


ABC могат да се представят (описат) в симулатора както в аналитичен вид, така и да се изградят специални многослойни стени (PML), които реално да поглъщат сигналите (полетата) около структурата и така да имитират "свободно пространство" около нея.

Пример за идеално съгласувани поглъщащи стени (PML ABC's - Perfectly Matched Layer Absorbing Boundary Conditions) около излъчващ източник. Използват се както в FEM, така и в FDTD симулаторите.

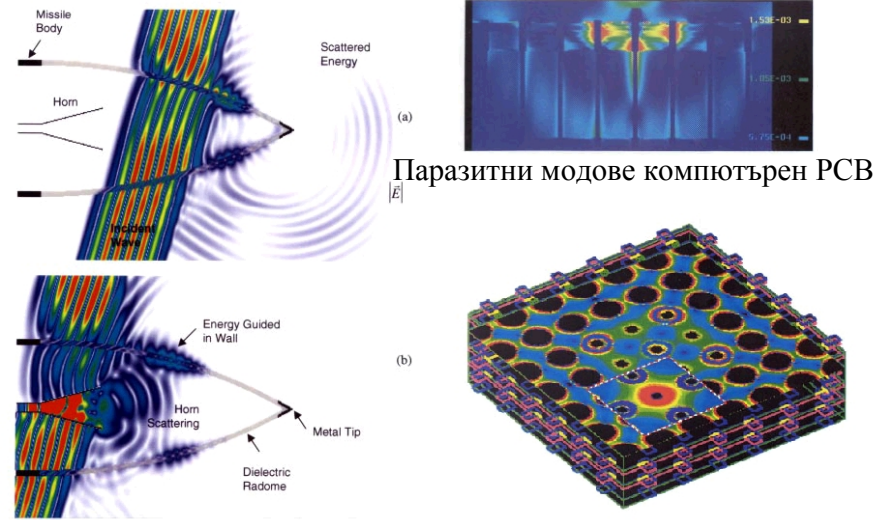


Пример: PML ABC's с 8 и 32 слоя



Пример: PML ABC's с ширина 10 клетки около 50-омна микролентова линия

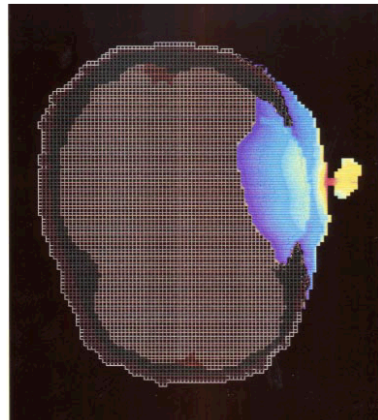
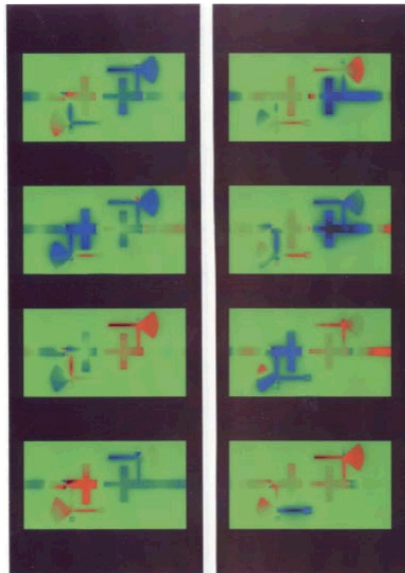
Примери за приложение на FDTD метода:



Паразитни модове компютърен PCB

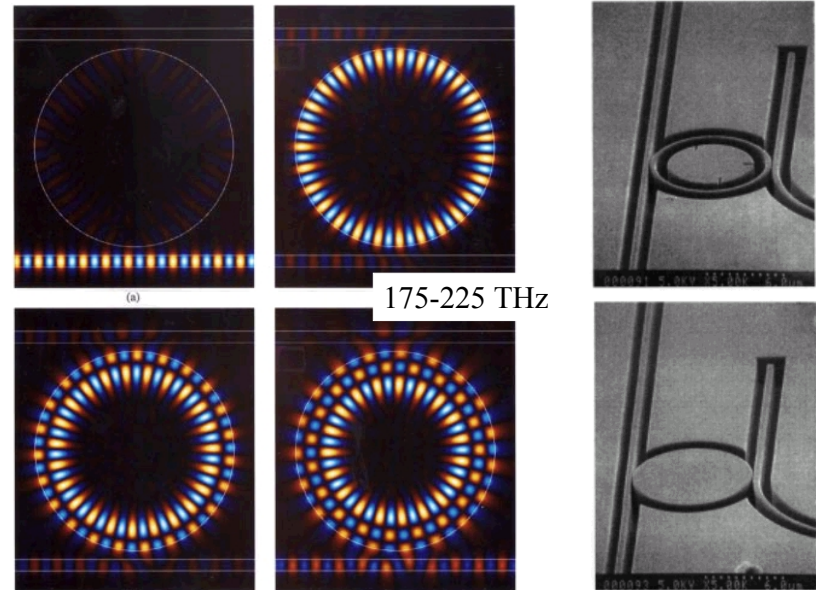
Проникване на плоска вълна през RADOM (защитен слой) на ракета

8-слоен компютърен мулти-чип модул MCM¹⁵⁸



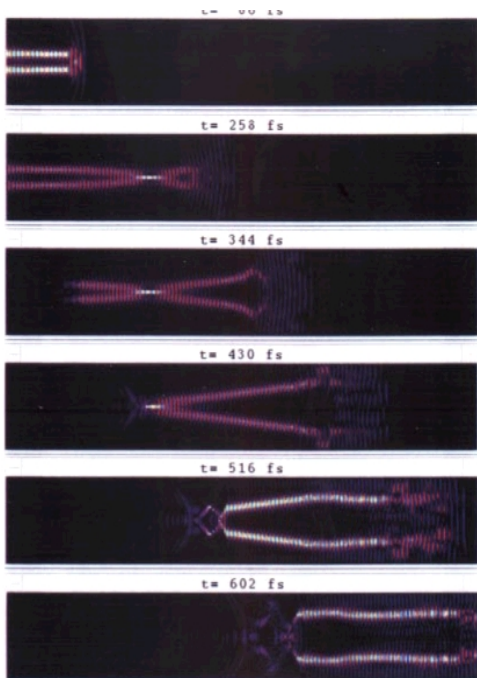
Разпределение на SAR в човешка глава на 1900 MHz, предизвикан от клетъчен телефон (30° наклон) с $\lambda/4$ антена

Полето в 6-GHz MW усилвател



175-225 THz

Резонанси в ринг и дисков резонатор с диаметър 5 μm AlGaAs



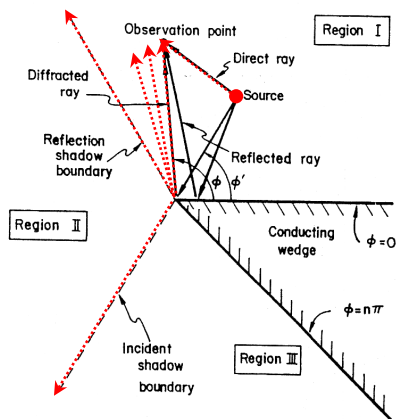
Е-поле на светъл солитон с дължина 100 fs в оптично влакно

ЧАСТ III:

Други методи

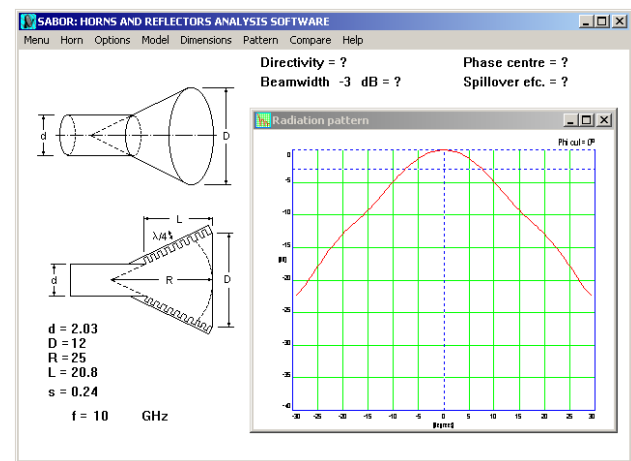
Квази-оптични методи: геометрична и физична оптика, дифракция и др.

Диференциалните и интегралните методи са подходящи за анализ на обекти с размери до няколко λ . За по-големи обекти най-добрите методи за тези, базирани на геометричната и физичната оптика и теорията на дифракцията.

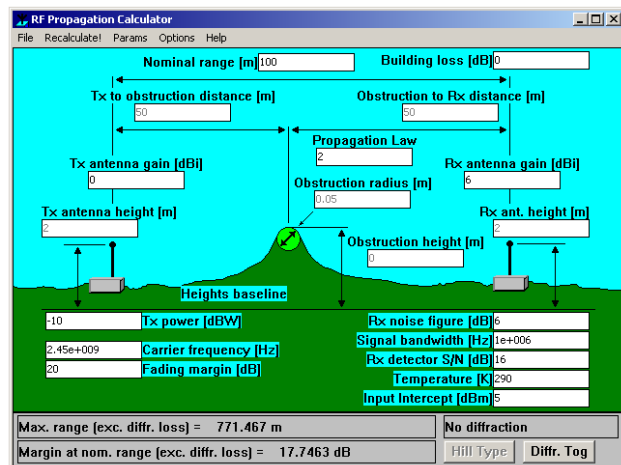


Геометричната оптика е силно приближен метод, базиращ се на “лъчево трасиране” по законите на отражението и пречупването. Когато се прибавят и локални дифракционни ефекти от физичната оптика, точността се подобрява значително. Този метод е много подходящ за анализ на големи антени и на комуникационни радио-трасета, напр. при мобилни и безжични комуникации.

Приложения: големи антени



Приложения: сложна комуникационна среда



165

Приложения: мобилни комуникации



ЧАСТ III: Други методи

Генетични методи (основни понятия)

167

Генетичните методи са нови, бързо развиващи се методи за оптимизация на по-сложни ЕД обекти с повтарящи се елементи и близки разстояния между тях – антенни решетки, филтри и др.

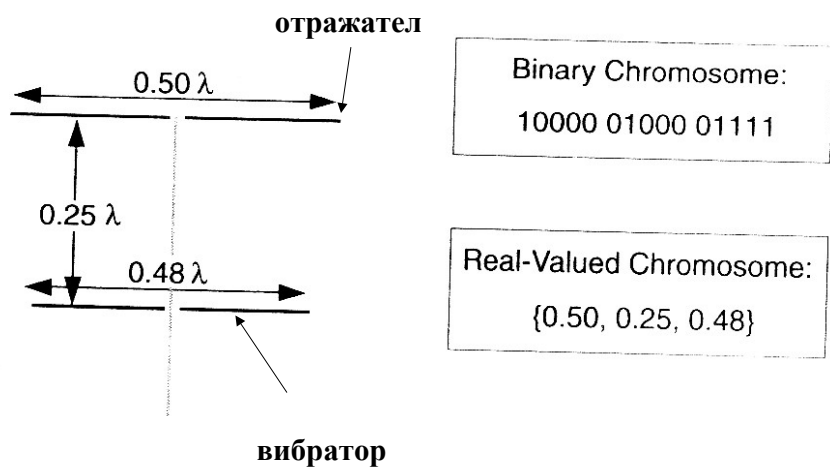
Основната идея на генетичните методи е следната: случайно да се подберат определени параметри на обектите, от които зависят свойствата им; да се определят параметрите им, от групата да се подберат структурите с най-добри параметри и процедурата отново да се повтори (генетичен подбор чрез случайни мутации!).

Основно понятие: “хромозома” на параметрите (подобно на биологичните ДНК-вериги). Два типа: бинарна хромозома (кодирани параметрите на структурата) и реална хромозома (реалните параметри на структурата). Данните за двете се съхраняват в информационна верига.

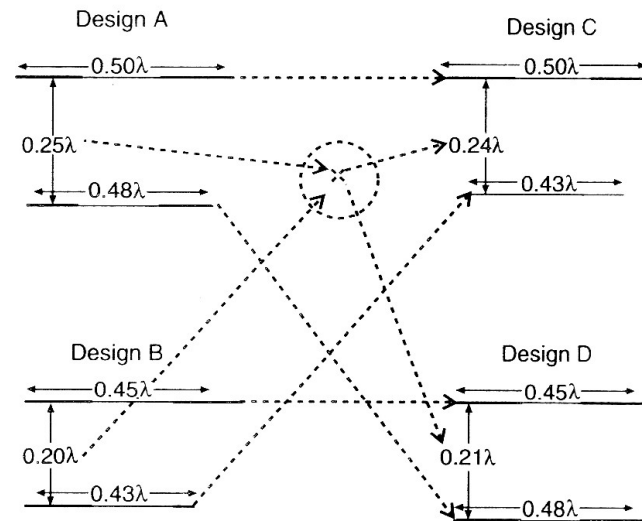
Пример: Проста Yagi-Uda антена с един вибратор и един отражател (вж. по-надолу)

168

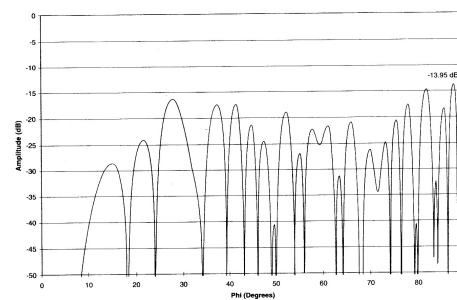
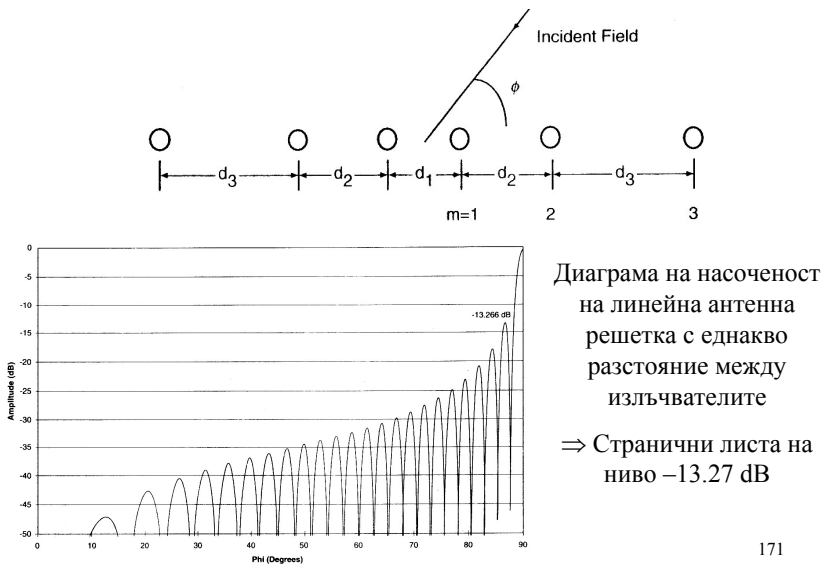
Пример: Yagi-Uda антена с един вибратор и един отражател



Процедура на мутации на "хромозомата" на параметрите



Друг пример: Оптимизация на линейна антенна решетка с нееднакво разстояние между излъчващите елементи

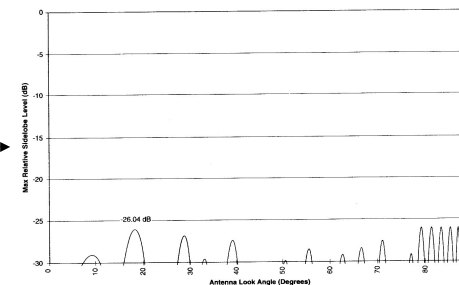


Дијаграма на насоченост на линейна антенна решетка със случайно подредени излъчващите без оптимизация

⇒ Странични листа на ниво -13.95 dB

Дијаграма на насоченост на линейна антенна решетка след оптимизация чрез генетичен метод

⇒ Странични листа на ниво -26.04 dB



КРАЙ

Край на курса “Приложна ЕД'2005”