

# 1 Част

## “Електронни елементи и вериги”

### Съдържание на I част на курса:

- ▲ Електрически сигнали
- ▲ Модулирани сигнали
- ▲ Електрически вериги
- ▲ Методи за анализ на електрическите вериги
- ▲ Четириполюсници
- ▲ RC, RL и RLC вериги
- ▲ Трептящи кръгове
- ▲ Електрически филтри
- ▲ Вериги с разпределени параметри.

### Лекция 1

## Електрически сигнали

### Съдържание на Лекция 1

- ▲ **Електрическите сигнали**
  - 1.1 Сигнали в основна лента: аналогови, дискретни и цифрови. Времева (TD) и честотна (FD) форма на сигнала. Измерване на TD и FD форми на сигналите.
  - 1.2 Простопериодични сигнали. Представяне на сложнопериодични сигнали чрез редове на Фурие. Физична интерпретация и примери.
  - 1.3 Непериодични сигнали и представянето им чрез интеграл на Фурие. Примери.
  - 1.4 Случайни сигнали (шумове). Източници, представяне и величини.

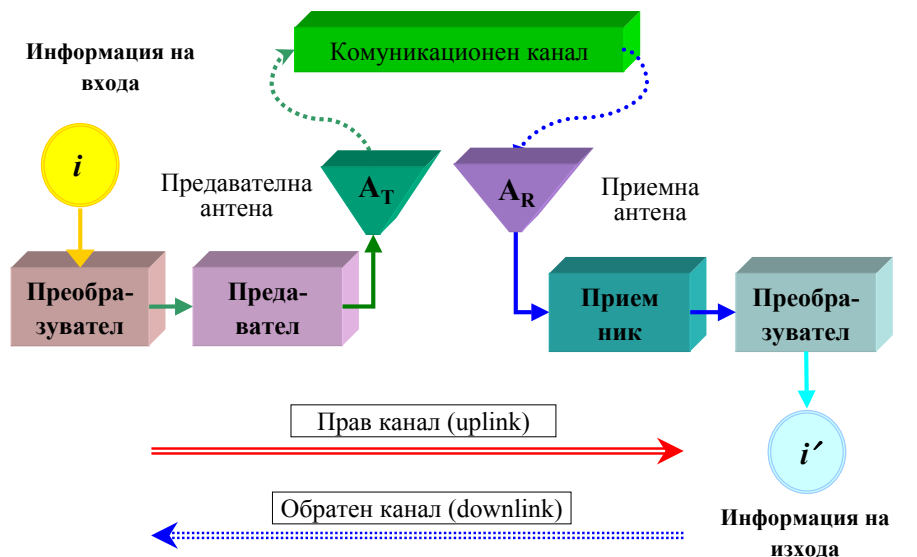
# Лекция 1

## 1.1 Сигнали в основна лента: аналогови дискретни и цифрови. Времева (TD) и честотна (FD) форма на сигнала. Измерване на TD и FD формите на сигналите.

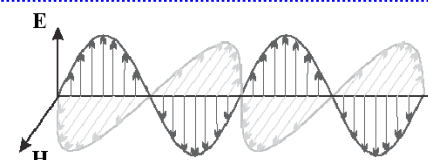
### Информация $\Rightarrow$ Съобщение $\Rightarrow$ Сигнал

- ❖ **Информацията** ( $i$ ) е философско понятие, свързано с процеса на намаляване на неопределеността в познанията за нещата. В радиоелектрониката информацията е комплект от сведения, данни, които подлежат на преобразуване, предаване, приемане и съхранение.
- ❖ **Съобщението** (message) е формата на предаване на информацията (говор, музика, текст, картина, цифрови данни и пр.)
- ❖ **Сигналят** е физична величина (или процес), чрез измененията на която се отразява предаваното съобщение (респ. информацията, която то представя). Сигналят е носител на съобщението и като такъв той е сигнал в основна лента BBS - акустичен, оптичен, електрически и пр. В радиоелектрониката всички тези сигнали трябва да се преобразуват в електрически, освен ако не са вече такива.
- ❖ Изисквания към даден физичен процес да се използва за сигнал:
  - да може да се разпространява на достатъчно големи разстояния при минимален разход на енергия. Това е важно енергетично изискване и означава покриване на дадена географска област с минимална мощност на сигнала.
  - да може ефективно да управлява локалните източници на енергия. Какво означава това? Обикновено приетият сигнал е слаб. Следователно, той трябва да може да управлява източника на приемника така, че да повиши нивото си (над шумовото ниво) и така да може да въздейства върху другите обекти (приемници).
  - да може да въздейства върху сетивните органи на човека (директно приет сигнал) или върху специални устройства, които човекът ползва

### Блокова схема на комуникационен канал. Как се предава информацията $i \Rightarrow i'$ ?



### Електрически сигнал



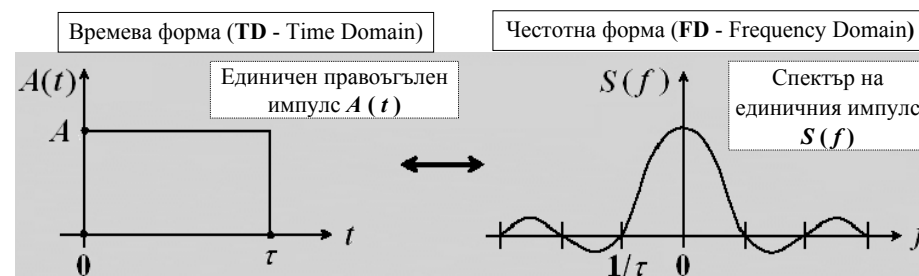
$$A(t) = A_t \sin(2\pi f_t t + \varphi_t)$$

Амплитуда  $A_t$

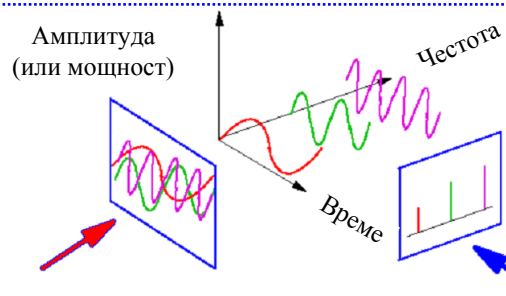
Честота  $f_t$

Фаза  $\varphi_t$

Под електрически сигнал  $A(t)$  в ще разбираме времевата зависимост на тока или напрежението в дадена електрическа верига, но и още, на електрическото  $E$  или магнитното поле  $H$  на разпространяваща се в дадена среда вълна. Сигналят се явява *електрическият носител* на информацията, която се съдържа в дадено комуникационно съобщение. Има амплитуда, честота и фаза.



## Сигнали и спектри



Съществува връзка между двете форми на един и същи електрически сигнал (TD и FD). Еднозначна връзка между тях може да се осъществи чрез Фурие преобразуванията

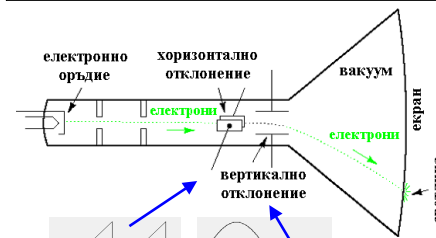
**TD (Time Domain)** форма

**FD (Frequency Domain)** форма

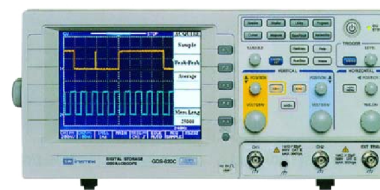
- ❖ **TD (Time Domain)** - Амплитуда (или мощност) от време: измерването става основно чрез осцилоскопи или с съвременни сигнал-анализатори
- ❖ **FD (Frequency Domain)** - Амплитуда (или мощност) от честота (спектр): измерването става чрез спектроанализатори, анализатори на вериги или най-просто – с помощта на селективни волтметри

## Визуализация и измерване на TD и FD формата на сигналите

Измерване на TD сигнал: осцилоскоп

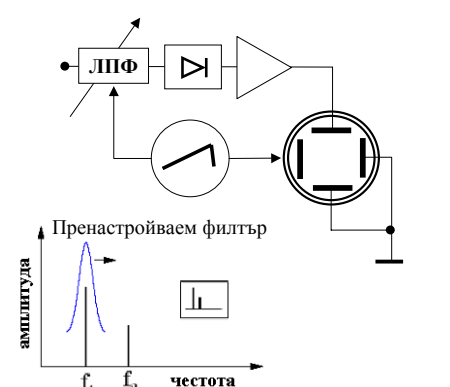


Развивка по 0x    Сигнал по 0y



Осцилоскоп

Измерване на FD сигнал: спектроанализатор



Спектроанализатор



## Електрически сигнал

Детерминирани

Случайни

Параметрите на такива сигнали могат да се предсказват с вероятност  $p = 1$ .

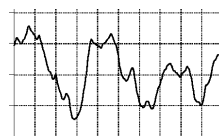
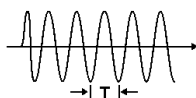
Параметрите на такива сигнали могат да се предсказват с вероятност  $p < 1$ .

Периодични

Хармонични

Нехармонични

Непериодични

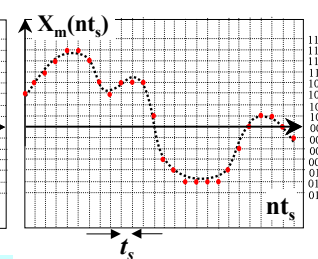
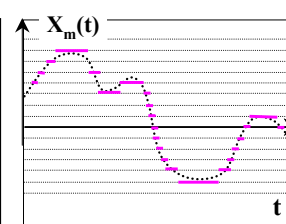
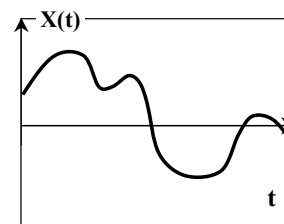


## Аналогови и цифрови сигнали в TD форма

Аналогов сигнал

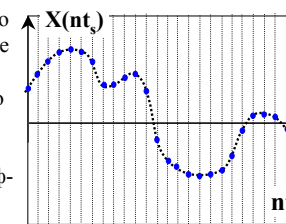
Дискретен по ниво

Цифров сигнал



Детерминираните сигнали са аналогови, дискретни и цифрови. Аналоговият сигнал може да се описва с произволно ниво във всеки момент. Дискретните сигнали се дефинират или в точно определени моменти (но с произволни нива), или имат квантувани нива, но за произволни времеви интервали. Цифровият сигнал е квантуван по време и нива, на които се съпоставя двоичен код.

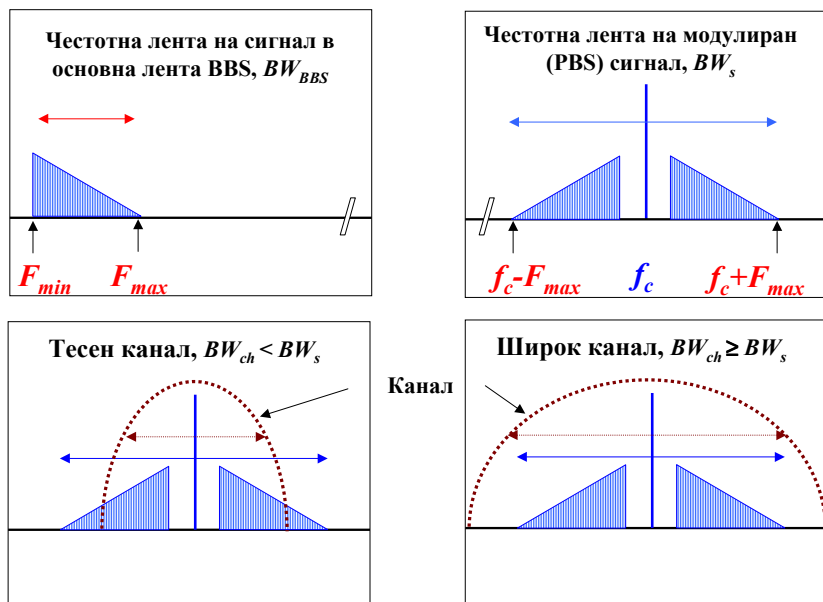
Дискретен по време



Цифрова редица (sequence)

10010100100111010011110100001100110000111010100...

## Честотни ленти на сигнали и каналите за пренасянето им



## Примери за някои известни сигнали:

### Звуков сигнал (говор; музика):

- ❖ Като сигнал в основна лента: **0.015–20 kHz**; в канала: **0.03–15 kHz**
- ❖ Като модулиран сигнал (FM в УКВ): **200 kHz** лента; **100 kHz** защитна лента
- ❖ Като цифрово радио: **272 kHz** лента, **544 kbit/s**, честота на дискретизация **32 kHz**; **16-bit** дума

### Телефонен сигнал (реч):

- ❖ Като сигнал в основна лента: **0.08–12 kHz**; в канала: **0.3–3.4 kHz**
- ❖ Като модулиран сигнал (FM в 1G клетъчни телефони): **25 kHz** лента
- ❖ Като цифров сигнал в GSM: GSMK модулация **200 kHz** лента (или **22 kbit/s**, като се отчете служебната информация **13.2 kbit/s**)

### Телевизионен сигнал (подвижно изображение и звук):

- ❖ Като модулиран аналогов сигнал: само за видео сигнал **4.2 MHz**
- ❖ Като цифров tv сигнал: **13.5 MHz**
- ❖ Като модулиран цифров tv сигнал: **108 MHz**; скорост **~216 Mbit/s**, след силна компресия – **2–8 Mbit/s** Като сигнал в основна лента: **0.08–12 kHz**; в канала: **0.3–3.4 kHz**

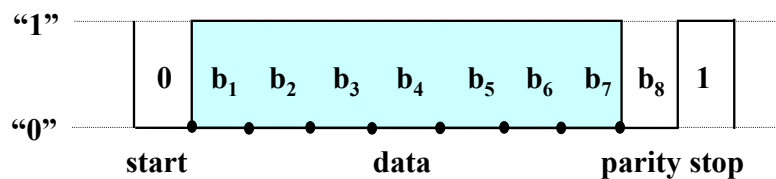
### Компютърен PC сигнал (ASCII):

- ❖ Първият компютърен код ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- ❖ **10 бита** (1 за старт, 7 за данни, 1 за четност и 1 за стоп)
- ❖ Данни  $2^7 = 128$  знака, **8 бита** (или **16, 32, 64, 128** и т. н.)
- ❖ Бит за четност: “1” ако 1-те са четен брой или “0” ако 1-те са нечетен брой

## Примери за аналогови и цифрови сигнали в основна лента

### Компютърен PC сигнал (ASCII)

- ❖ Първият компютърен код ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
- ❖ **10 бита** (старт, 7 за данни, 1 за четност и стоп)
- ❖ Данни  $2^7 = 128$  знака, **8 бита** (16, 32, 64 и т. н.)
- ❖ Бит за четност: “1” ако 1-те са четен брой или “0” ако 1-те са нечетен брой



## Лекция 1

### 1.2 Просто-периодични сигнали. Представяне на сложно-периодични сигнали чрез редове на Фурие. Физична интерпретация и примери

## Хармонични сигнали и величини, които ги описват

### ❖ Общ израз

$$A(t) = A_m \sin(\omega t + \varphi_0) = A_m \sin \varphi(t)$$

Фаза  $\varphi(t)$

Моментна стойност  $A(t)$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T; \quad f = 1/T$$

Начална фаза  $\varphi_0$

Амплитуда  $A_m$

Ъглова честота  $\omega$

Линейна честота  $f$

Период  $T$

### ❖ Единици

$$[\omega] = \text{rad/s} = 1/\text{s}; \quad [f] = 1/\text{s} = \text{Hz}$$

### ❖ Средна стойност

$$\bar{A} = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt = 0$$

### ❖ Средна квадратична стойност

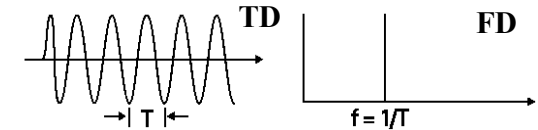
$$\overline{A^2} = \frac{1}{T} \int_0^T A^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T A_m^2 \sin^2(\omega t) dt = \frac{A_m^2}{2}$$

### ❖ Ефективна (измеряема) стойност

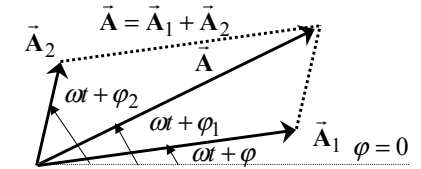
$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{A^2}} = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = 0.707 A_m$$

## Представяне на хармоничните сигнали

❖ **Графично представяне:** това става чрез зависимостите  $A(t)$  или  $S(f)$  (спектър на сигнала). В TD представяне сигналите могат да бъдат сумирани, изваждани, умножавани и пр. както съответните функции или във всеки момент от време.



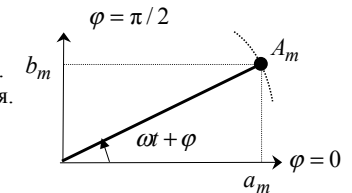
❖ **Векторно представяне:** това е представяне на сигналите като вектори с големина и посока. В този вид сигналите-вектори лесно се сумират, изваждат, умножават с число, както и да се подлагат на други математически операции, валидни при векторите.



❖ **Комплексно представяне:** това е много известна математическа форма на представяне на сигнала чрез комплексно число в три различни вида (вж. формулите). В този вид сигналите лесно се поддават на мат. действия.

$$A(t) = a_m + j b_m = A_m e^{j(\omega t + \varphi)}$$

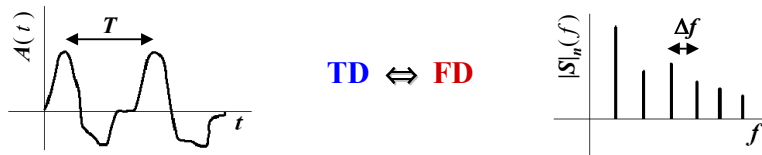
$$= A_m [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)]$$



където

$$a_m = A_m \cos(\omega t + \varphi); \quad b_m = A_m \sin(\omega t + \varphi); \quad A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2}; \quad \varphi = \arctan(b_m / a_m)$$

## Представяне на сложни периодични сигнали (директно Фурие преобразуване)



TD  $\Leftrightarrow$  FD

Представеният тук начин за връзка между TD и FD форми-те на сигнала  $[A(t)$  и  $S(f)]$  е най-добрият от гледна точка на минимална средноквадратична грешка на прехода между тях

$$A(t) = A(t + T) \quad \Leftrightarrow \quad S_n(f) = |S_n(f)| \exp(-j\varphi_n(f))$$

➤ Обратен Фурие преобразуване в комплексен вид

➤ Право Фурие преобразуване в комплексен вид

$$A(t) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} S_n(f) \exp(j2\pi n t)$$

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \exp(-j2\pi n t) dt$$

## Фурие преобразуване, представено чрез реални функции

➤ Обратен Фурие преобразуване (представя TD формата на сигнала)

$$A(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t)$$

➤ Право Фурие преобразуване (представя FD формата на сигнала, т.е. неговите спектрални съставки)

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_0^T A(t) dt$$

Това е dc съставящата в спектъра на сигнала; появява се в спектъра, само ако в TD формата на сигнала има четни съставки

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T A(t) \cos(n\omega t) dt$$

Това са честотните съставки, които се появяват в спектъра на четни сигнали  $A(t) = A(-t)$ . При нечетни сигнали те отсъстват.

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T A(t) \sin(n\omega t) dt$$

Това са честотните съставки, които се появяват в спектъра на нечетни сигнали  $A(t) = -A(-t)$ . При четни сигнали те отсъстват.

Забележка: при нито четни, нито нечетни сигнали, в спектъра се съдържат всички съставки

## Фурие преобразуване, представено чрез реални функции (друга форма чрез амплитуди и фази)

➤ Обратно Фурие преобразуване

$$A(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

➤ Право Фурие преобразуване

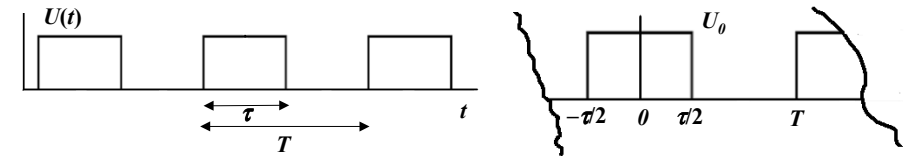
$$C_0 = A_0 \quad \text{dc съставящата в спектъра на сигнала}$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \begin{array}{l} \text{амплитуди на спектралните съставящи;} \\ \{C_n\} - \text{амплитудно-честотна характеристика} \end{array}$$

$$\varphi_n = \arctan(A_n / B_n) \quad \begin{array}{l} \text{фази на спектралните съставящи;} \\ \{\varphi_n\} - \text{фазово-честотна характеристика} \end{array}$$

Забележка: при нито четни, нито нечетни сигнали, в спектъра се съдържат всички съставки

## Класически пример – периодичен правоъгълен импулс



Избираме началото на координатната система по времевата ос в средата на импулса (за да се опростят изчисленията). Тогава импулса (нека да е напрежение) се описва с функцията:

$$U(t) = \begin{cases} U_0; & t \in (-\tau/2; \tau/2) \\ 0; & t \in (\tau/2; T) \end{cases}$$

Това е импулс, представен с четна функция. Следователно съставките  $B_n \equiv 0$  ще липсват от спектъра му. Тогава:

$$U(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) + 0$$

1. Dc съставката е:

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_0^T A(t) dt = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} U_0 dt + \frac{2}{T} \int_{\tau/2}^T 0 dt = \frac{2\tau}{T} U_0$$

## Периодичен правоъгълен импулс (прод.)

2. Четните съставящи в спектъра се определят от:

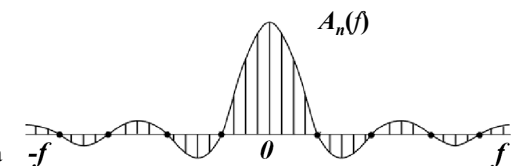
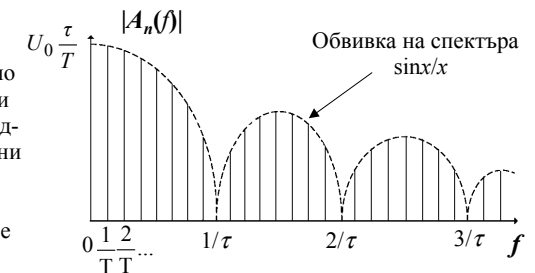
$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{T} \int_0^T A(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} U_0 \cos(n\omega t) dt \frac{n\omega}{n\omega} = \frac{2U_0}{Tn\omega} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos(n\omega t) dn\omega = \\ &= \frac{2U_0T}{Tn2\pi} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} d[\sin(n\omega t)] = \frac{U_0}{n\pi} \sin(n\omega t) \Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{U_0}{n\pi} \left[ 2 \sin\left(n\omega \frac{\tau}{2}\right) \right] = \\ &= \frac{U_0}{n\pi} 2 \sin\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{\tau}{2}\right) = 2 \frac{\tau}{T} U_0 \frac{\sin\left(n\pi \frac{\tau}{T}\right)}{n\pi \frac{\tau}{T}} \end{aligned}$$

Окончателно се получава следният класически израз (виж коментар на другата страница):

$$U(t) = U_0 \frac{\tau}{T} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\pi \frac{\tau}{T}\right)}{n\pi \frac{\tau}{T}} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} t\right) \right]$$

## Графична форма на спектъра на класическия периодичен правоъгълен импулс

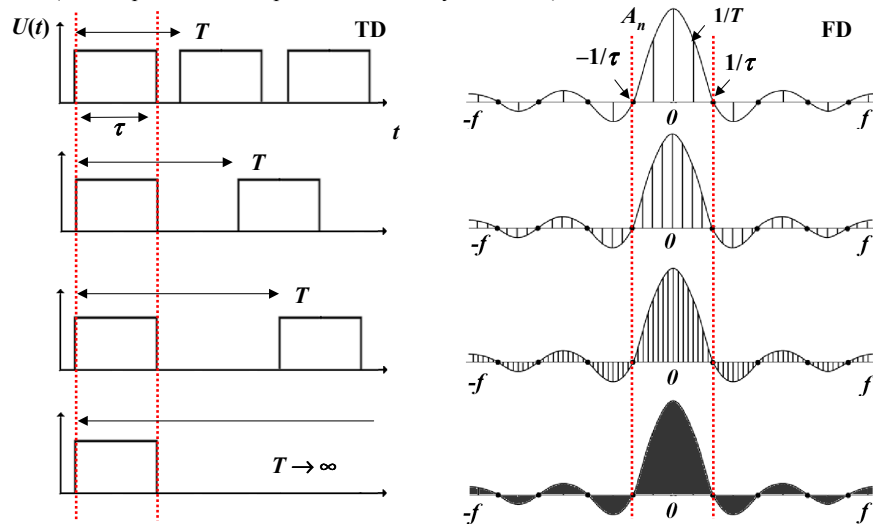
Показан е неограниченият спектър на периодичния правоъгълен импулс. Това е класически тип спектър, особено известен в цифровите комуникационни системи. Горен е показан физично представяне на сигнала само за положителни стойности на честотата за модула на амплитудите на съставящите. Долу е показано математическото представяне на спектралните съставящи съобразно техния знак, както за положителни, така и за отрицателни стойности на честотата. И двете представяния се използват: първо по-често при представяне на сигнали в основна лента, а второто – при представяне на модулирани сигнали, като началото на координатната система се премества за носещата честота  $f_c$ .



**Коментар:** Спектралните съставящи са разположени на интервал  $1/T$  една от друга (т.е. на  $n/T$  или  $n\omega$ ). Амплитудата им се ограничавя в рамките на т. нар. “обвивка на спектъра”, в случая – функцията  $\sin x/x$ . На определени честоти (нулите на функцията  $\sin x/x$ :  $n\pi$ ) амплитудите на съставящите се нулират – през интервали  $1/\tau$  ( $\tau < T$ ) (вж коментар и по-нататък).

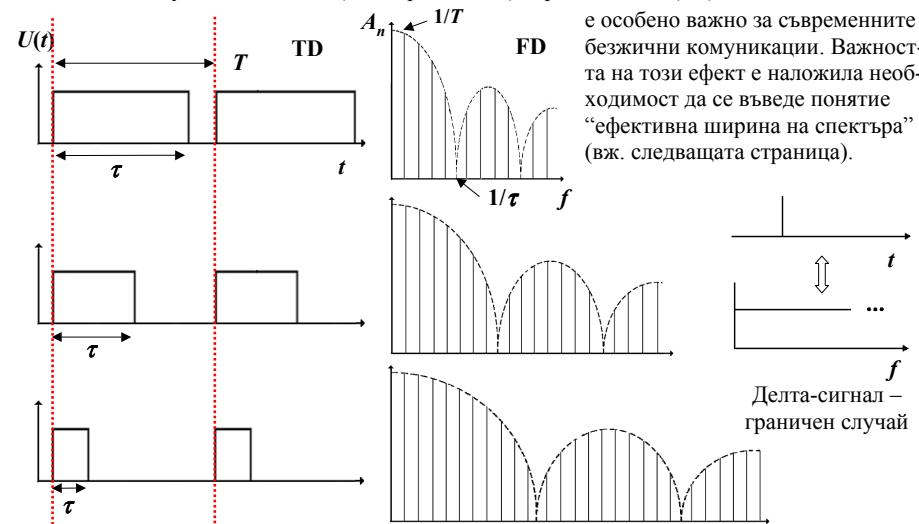
## Физична интерпретация на спектъра

Показан е важен пример: изменение на спектъра на правоъгълен сигнал с увеличаване на периода  $T$  при запазване на продължителността му  $\tau$ . Ширината на главния максимум остава постоянна (в интервала  $\pm 1/\tau$ ), но броят на спектралните съставки вътре в него расте (до безкрайно много при единичен импулс;  $T \rightarrow \infty$ ).



## Физична интерпретация на спектъра (прод.)

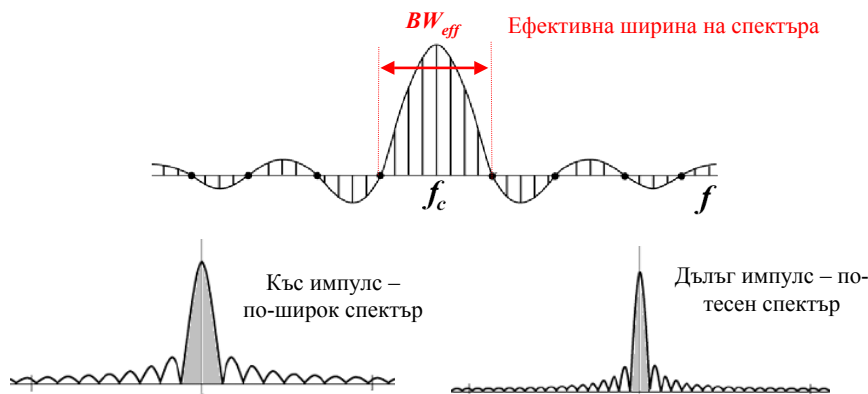
Показан е друг пример: изменение на спектъра на същия правоъгълен сигнал, сега при увеличаване на продължителността  $\tau$  и запазване периода му  $T$ . Наблюдават други ефекти: интервалът между спектралните съставки се запазва ( $1/T$ ), но се увеличава ширината на главния максимум на обвивката (в интервала  $\pm 1/\tau$ ). При  $\delta$ -сигнал:  $(1/\tau) \rightarrow \infty$ . Всичко това



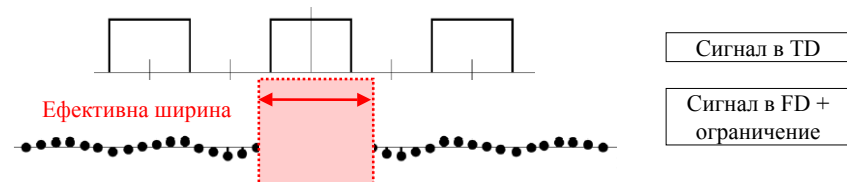
е особено важно за съвременните безжични комуникации. Важността на този ефект е наложила необходимост да се въведе понятието "ефективна ширина на спектъра" (вж. следващата страница).

## Ефективна ширина на спектъра на правоъгълен сигнал

От теорията на спектралния анализ е известно, че ако спектърът на периодичния правоъгълен сигнал се ограничи до ширината на главния максимум (вж. фигурата долу), в тази част се осигурява 90.2 % от енергията и обратното възстановяване на времевата от честотната форма е с минимални изкривявания. Затова тази ширина на главния максимум, която зависи от продължителността на импулса  $\tau$ , е известна като ефективна ширина на спектъра. За комуникациите това означава, че за предаването на къси (т.е. "бързи" битове) е необходима по-широка честотна лента и обратно.

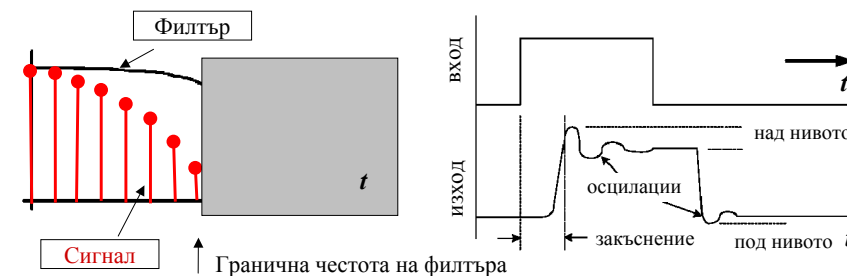


## Пример с ограничаване на спектъра на реален сигнал



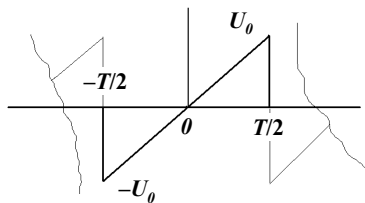
Пример: ограничаване на спектъра чрез преминаване на сигнала през ниско-честотен филтър

Резултат: промяна на формата на сигнала, закъснение, осцилации на нивото под и над средното и др. ефекти





## Друг пример – трионообразен импулс



За избраната координатната система времевата форма на импулса се описва с функцията:

$$U(t) = U_0 \frac{2t}{T}; \quad t \in \left(-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}\right)$$

Тя е нечетна функция  $A(t) = -A(-t)$  и в спектъра присъстват само нечетните съставки  $B_n$ , т. е.

$$U(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t)$$

Изчисляваме аналитично спектралните съставки като използваме формулата за интегриране по части

Полезно: формула за “интегриране по части”

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} U_0 \frac{2t}{T} \cdot \frac{n\omega}{n\omega} \cdot \sin(n\omega t) dt \frac{n\omega}{n\omega} = \frac{4U_0}{T^2 n^2 \omega^2} \int_{-T/2}^{T/2} (n\omega t) \sin(n\omega t) d(n\omega t)$$

Използваме пресмятанятия и заместваме горе:

$$\int x \sin x dx = -\int x d \cos x = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x$$

## Трионообразен импулс (прод.)

Заместваме:

$$B_n = \frac{4U_0 T^2}{T^2 n^2 4\pi^2} [\sin(n\omega t) - (n\omega t) \cos(n\omega t)]_{-T/2}^{+T/2} = \frac{U_0}{n^2 \pi^2} \left[ 2 \sin\left(n\omega \frac{T}{2}\right) - 2\left(n\omega \frac{T}{2}\right) \cos\left(n\omega \frac{T}{2}\right) \right]$$

Тук:  $n\omega \frac{T}{2} = n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} = n\pi$ ;  $\cos(n\pi) = (-1)^n$ ;  $\sin(n\pi) = 0$

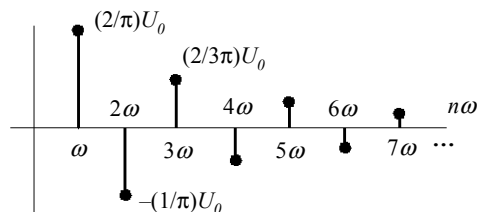
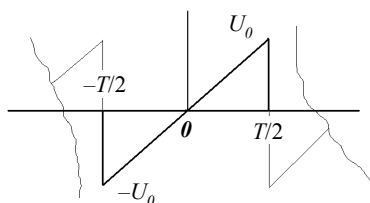
Тогава:  $B_n = \frac{U_0}{n^2 \pi^2} 2[\sin(n\pi) - n\pi \cos(n\pi)] = -\frac{2U_0}{n\pi} \cos(n\pi) = \frac{2U_0}{n\pi} (-1)^{n+1}$

Окончателно:  $A(t) = U_0 \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\omega t)$

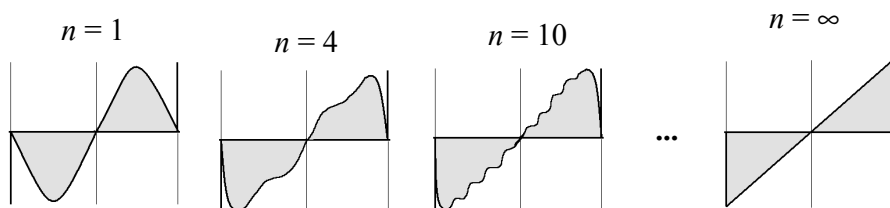
или:  $A(t) = U_0 \frac{2}{\pi} \left[ \sin(\omega t) - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) - \frac{1}{4} \sin(4\omega t) + \dots \right]$

Забележка: виж графичното представяне на следващата страница.

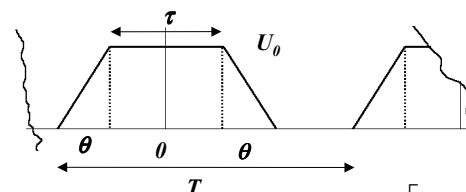
## Спектър на трионообразния импулс



На графиката горе е показан неограниченият спектър на периодичния трионообразен импулс. Спектралните съставки са разположени на кратни честоти  $n\omega$  (или  $n f$ ) с намаляваща амплитуда както  $(1/n)$  и алтернативен знак. На фигурите долу са дадени обратно възстановените TD зависимости на импулса (в рамките на 1 период) при запазване на различен брой спектрални съставки  $n = 1, 4, 10, \dots \infty$ .

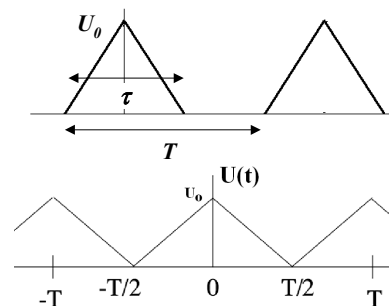


## Други примери за самостоятелна работа



Да се определят спектрите на посочените периодични сигнали.

Отг.  $U(t) = U_0 \frac{\tau}{T} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n\pi \frac{\tau}{T}\right) \sin\left(n\pi \frac{\theta}{T}\right)}{n\pi \frac{\tau}{T} n\pi \frac{\theta}{T}} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} t\right) \right]$



Стратегия за работа:

1. Да се определи аналитичният вид на времевата зависимост на дадения сигнал;
2. За се намерят аналитични изрази за всички спектрални съставки на сигнала;
3. Да се начертае качествено спектъра на дадените сигнали
4. Да се определи ефективната ширина на спектъра.



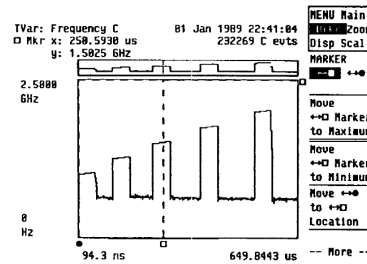
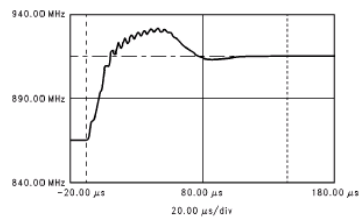
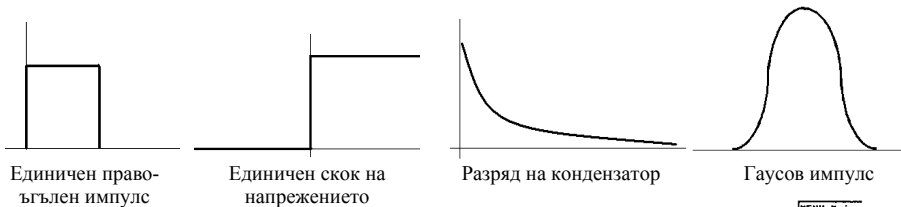
# Лекция 1

## 1.3 Не-периодични сигнали и представянето им чрез интегрални на Фурие. Примери.

### Примери за не-периодични сигнали



В съвременната електроника, комуникации, радарна техника и навигации и при др. приложения има много примери за не-периодични (единични или неравномерни) сигнали. Класически пример е единичния правоъгълен импулс. Други важни сигнали са единичния скок на напрежения, експоненциалните импулси, Гаусовите импулси и др. по-сложни от тях.



### Директно Фурие преобразуване за неперидични сигнали

➤ Интегрално обратно Фурие преобразуване (представя TD формата на неперидичния сигнал в комплексен вид)

$$\dot{A}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

➤ Интегрално право Фурие преобразуване (представя FD формата на сигнала, неговият комплексен спектър)

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{A}(t) e^{-j\omega t} dt$$

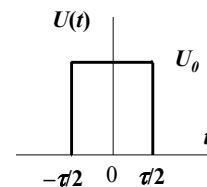
Така, в резултат на интегралните преобразувания FD формата на сигнала се представя с комплексна функция – спектър на сигнала със следното представяне:

$$\dot{S}(\omega) = |S(\omega)| e^{-j\varphi(\omega)} \quad \dot{S}(\omega) = \frac{dA}{d\omega}$$

$|S(\omega)|$  – Амплитудно-честотна характеристика (АЧХ)

$\varphi(\omega)$  – Фазово-честотна характеристика (ФЧХ)

### Извеждане на спектъра на единичен правоъгълен импулс



Нека единичният импулс има графичното представяне, дадено на фигурата, което може да се изрази аналитично по следния начин:

$$U(t) = \begin{cases} U_0; & t \in (-\tau/2; \tau/2) \\ 0; & t \in \text{другаде} \end{cases}$$

Пресмятаме аналитично неговия спектър:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{A}(t) e^{-j\omega t} dt = U_0 \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt \cdot \frac{-j\omega}{-j\omega} = \frac{U_0}{-j\omega} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} d(-j\omega t) =$$

$$\frac{U_0}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = \frac{U_0}{j\omega} \left[ -e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} + e^{+j\omega \frac{\tau}{2}} \right] = U_0 \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\frac{\omega\tau}{2}}$$

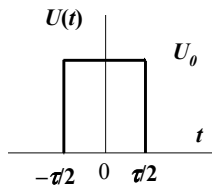
Окончателно:

$$\dot{S}(\omega) = U_0 \tau \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\frac{\omega\tau}{2}}$$

Забележка: използвани са формулите на Ойлер

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}; \quad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

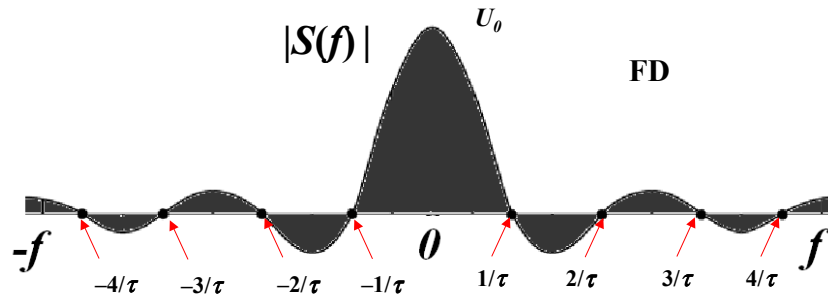
## Спектр на единичния правоъгълен импулс



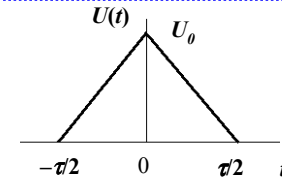
Нека единичният импулс има графичното представяне, дадено на фигурата, което може да се изрази аналитично по следния начин:

$$|\dot{S}(f)| = U_0 \frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f}$$

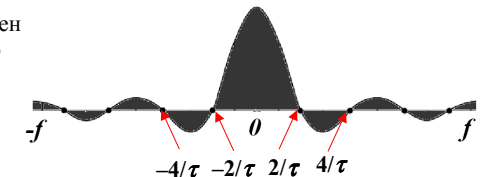
Окончателно:



## Примери за не-периодични импулс за самостоятелна работа

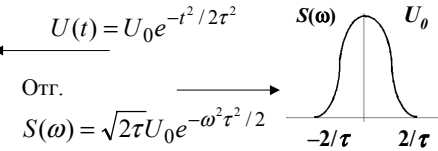
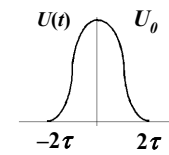
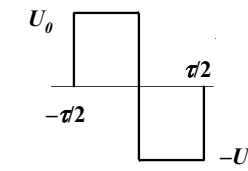


Графичен отговор



Да се определят спектрите на посочените не-периодични сигнали.

Задача: Да се покаже, че спектъра на Гаусовия импулс е също Гаусов импулс (единственият сигнал с подобно свойство)

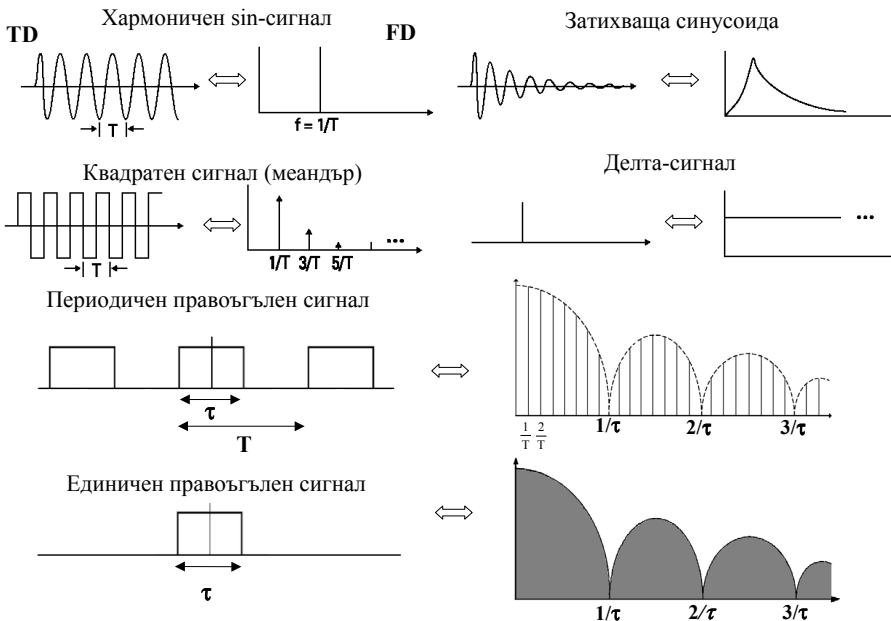


Отг.

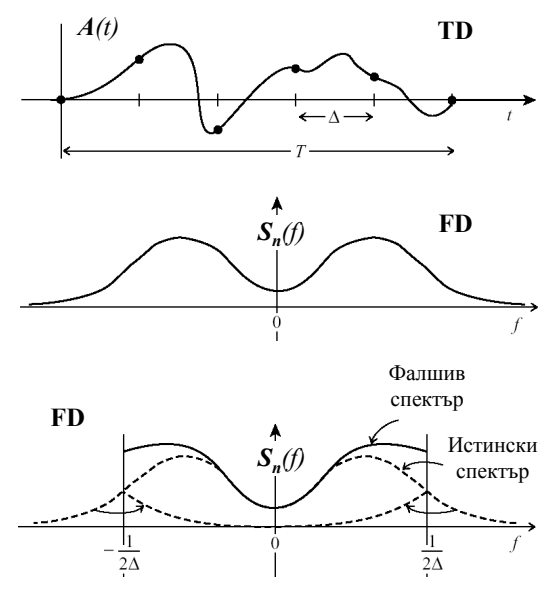
$$S(\omega) = \sqrt{2\tau} U_0 e^{-\omega^2 \tau^2 / 2}$$

1. Да се определи аналитичният вид на времевата зависимост на дадения не-периодичен сигнал;
2. За се намерят аналитични изрази за комплексния спектър на сигнала и да се определят изрази за АЧХ и ФЧХ;
3. Да се начертае качествено спектъра на дадените сигнали
4. Да се определи ефективната ширина на спектъра.

## Примери за Фурие преобразувания на известни сигнали



## Проблеми на директното Фурие преобразуване

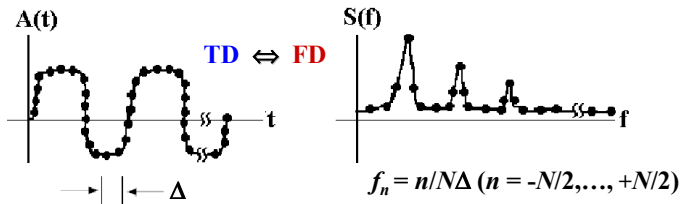


Директното Фурие преобразуване (DFT) е класически "спектрален" метод. В много практически случаи сигналът  $A(t)$  е дискретизиран във времето с  $N$  равномерни отчета през интервал  $\Delta = 1/2f_c$ , където  $f_c$  е критичната честота на Nyquist, а спектъра се оказва ограничен, т. е.  $S(f) \equiv 0$  за  $f > f_c$ . Проблем на този директен метод е големият брой пресмятания за преминаване от TD във FD форма и паразитни ефекти на трансфер на съставките  $f > f_c$  вътре в интервала  $0 < f < f_c$  (поява на фалшив спектър, *aliasing* – виж. илюстрация на фигурата). Проблемът е тежък – излишните отчетите извън лентата  $f > f_c$  променят истинския спектър  $f < f_c$  във фалшив. Това може да се избегне след филтриране с ниско-честотен филтър преди дискретизацията на отчетите.

## Бързо Фурие преобразуване (FFT)



Понеже директното Фурие преобразуване изисква много пресмятания (по-точно  $N^2$  математически операции, където  $N$  е броят отчети, напр.  $N \sim 10^6$ ), преобразуването  $TD \leftrightarrow FD$  в реално време се оказва трудно дори за модерните компютри. Ето защо, в съвременната комуникационна техника и други области, където се работи със сигнали и спектри, е разпространено бързото Фурие преобразуване (FFT). Сега идеята е да се правят времеви отчети само в обхвата  $f < f_c$ . Така вместо за всички честоти, линейно независими записи се правят само за  $N$  на брой дискретни честоти  $f_n = n/N\Delta$  (където  $n = -N/2, \dots, +N/2$ ) (вж. и на следващата страница). Така сега броят математически операции при FFT е “само”  $N \log_2 N$ . Пример, ако  $N = 10^6$ , директното DFT се нуждае от  $10^{12}$  операции, а бързото FFT – само от  $2 \cdot 10^7$  операции (разликата е близо 5 порядъка!).



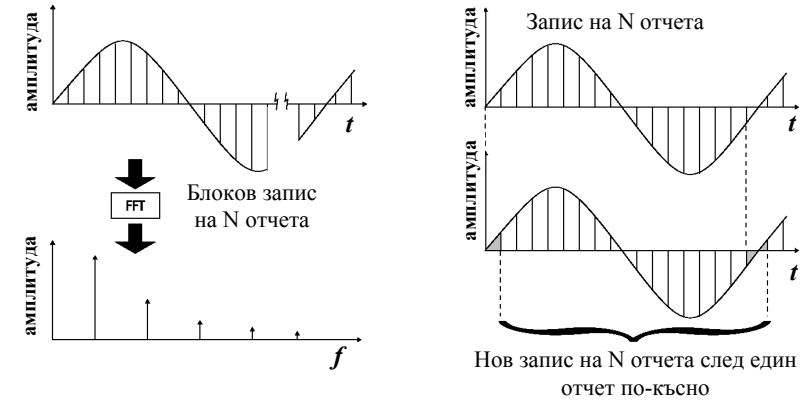
**DFT:**  $N^2$  математически операции

**FFT:**  $N \log_2 N$  операции

## Бързо Фурие преобразуване (2)



Важно за придобиване на представа как работи FFT е понятието за “блоков времеви запис” (time record, TR). Идеята е следната. Правят се  $N$  на брой времеви отчета в блок. Най-добре е броят записи  $N$  да е число с множител 2 (2, 4, 8, 16, 32 ...) – например 1024. Така записът от  $N$  отчети в блок се преобразува в блок от определен брой дискретни честотни линии – вж. фигурата долу вляво. Така всичките  $N$  отчети са необходими за пресмятане чрез FFT алгоритъма на всяка честотна линия в спектъра. Този спектър е валиден до следващия блок запис – вж. фигурата долу вдясно.

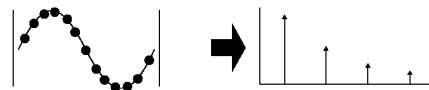
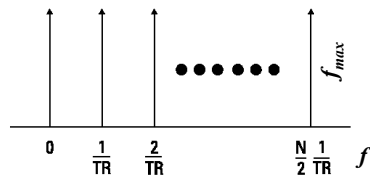


## Бързо Фурие преобразуване (3)



Описание на FFT алгоритъм е много ефективен. За да се избегне, обаче, поява на “фалшив” отклик в спектъра (aliasing), трябва да се ограничи “бързината”, с която се правят блоковите записи – вж. фигурите долу. Нека  $TR$  да е периодът за блоков запис на  $N$  времеви отчети. Тогава броят на дискретни честотни линии в спектъра е  $N/2$ , а максималната честотна съставка в спектъра е  $f_{max} = N/2 \times (1/TR)$ . Тази честота трябва да е по-малка от критичната честота на Nyquist, т. е.  $f_{max} < f_c$ . Това ограничава и “скоростта” на блоковия запис, както и броя на записите. Понеже величината  $N$  е избрана от други съображения, ограничението е за периода на запис  $TR$ .

$$f_{max} = \frac{N}{2} \times \frac{1}{TR} < f_c$$



**Пример 1:** Бърз времеви запис води до широко разположени линии в спектъра

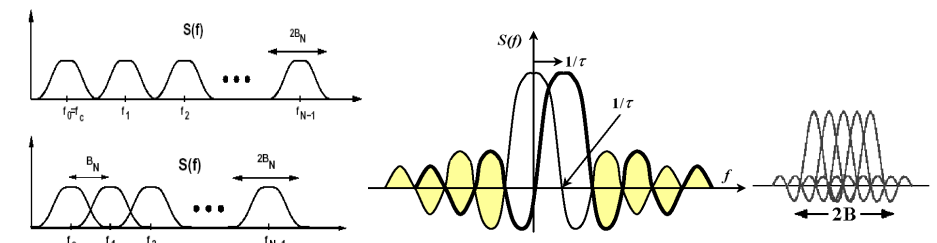


**Пример 2:** Бавен времеви запис води до близко разположени линии в спектъра

## Понятие за ортогонални сигнали



Съвременните комуникационни системи използват “ортогонални сигнали” (например при OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)). От математическа гледна точка такива сигнали имат незастъпващи се спектри. Нека да разполагаме с  $N$  незастъпващи се спектри, всеки с ширина  $2B_N$  и честота  $f_n = f_c + 2nB_N$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Така в рамките на всеки бит с ширина  $T_N$  може да се разложи общия сигнал  $S(t)$  по базовите функции. Това може да стане с бърза Фурие трансформация FFT. Връзката “ $T_N - B_N$ ” се дава от израза  $T_N = 0.5(1+\beta)/B_N$ , където  $\beta$  е фактор на формата на спектъра на субносещите ( $\beta = 0$  за правоъгълен сигнал или  $\beta = 1$  за положителната 1/2 част от косинусоидален сигнал). Ако се използват правоъгълни сигнали, те не трябва да се застъпват. Ако, обаче, се използват 1/2 части от косинусоидални сигнали  $\cos(2\pi j/T_N)$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , ( $T_N = 1/B_N$ ), те образуват ортогонална база от функции в интервала  $0, 1/f_n$  и техните спектри могат да се застъпват. Геометрично това се изразява с факта, че максимума на спектъра на даден сигнал съвпада с нулите от спектъра на съседния в спектъра сигнал.



## Ортогонални цифрови сигнали (кодове)



Две цифрови редици (кодове)  $x$  и  $y$  са ортогонални (или още невзаимодействащи, неинтерфериращи), ако тяхното матрично произведение  $R_{xy} = x^T y = 0$  (при почти ортогоналните кодове това произведение е близко до 0). Ако бинарните цифрови кодове се изразяват с състояния +1 и -1 (вместо 0), това свойство означава, че броят на "1"-те и "-1"-те в два взаимно ортогонални кода е еднакъв или се различава с 1. Освен това, нормираната квадратична стойност на кода е единица, т. е.  $R_{xx}/I = x^T x / I = 1$  или  $R_{xx}/I = y^T y / I = 1$ , където  $I$  е редът на даден код.

$$x^T = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_I]$$

$$y^T = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_I]$$

$$R_{xy}(0) = x^T y = \sum_{i=1}^I x_i y_i$$

$$R_{xx}(0) = x^T x = \sum_{i=1}^I x_i x_i$$

По-долу е даден пример за две взаимно-ортогонални цифрови редици от 4 ред.

**Пример**

$$x^T = [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]$$

$$y^T = [-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]$$

$$R_{xy}(0) = x^T y = (-1)(-1) + (-1)(1) + (1)(1) + (1)(-1) = 0$$

$$(x^T x) / 4 = (-1)(-1) + (-1)(-1) + (1)(1) + (1)(1) = 4 / 4 = 1$$

$$(y^T y) / 4 = (-1)(-1) + (1)(1) + (1)(1) + (-1)(-1) = 4 / 4 = 1$$

## Ортогонални кодове на Walsh и тяхната генерация



Най-известните ортогонални кодове за тези на Walsh. Те се генерират чрез матрицата на Hadamard  $H_{2N}$ .  $2N$  е редът на матрицата, а генериращата матрица е  $H_2$  (вж. долу).

$$H_{2N} = \begin{bmatrix} H_N & H_N \\ H_N & \overline{H_N} \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

По-долу е даден прост пример за 4 Walsh кода от 4 ред. За по-лесна проверка на ортогоналността им бинарната "0" се заменя с "-1". Проверката показва, че всички кодове удовлетворяват изискванията за ортогоналност  $R_{xy} = x^T y = 0$  с изключение на кода  $w_0$ .

$$H_4 = \begin{bmatrix} H_2 & H_2 \\ H_2 & \overline{H_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} w_0 = [0 & 0 & 0 & 0] \\ w_1 = [0 & 1 & 0 & 1] \\ w_2 = [0 & 0 & 1 & 1] \\ w_3 = [0 & 1 & 1 & 0] \end{matrix} \quad \begin{matrix} \del w_0 = [-1 & -1 & -1 & -1] \\ w_1 = [-1 & +1 & -1 & +1] \\ w_2 = [-1 & -1 & +1 & +1] \\ w_3 = [-1 & +1 & +1 & -1] \end{matrix}$$

Walsh кодовете са напълно ортогонални и се използват в мобилната комуникационна система CDMAone (бившата IM-95 в USA), но само в правия (downlink) канал  $MS \rightarrow BS$ . Причината е, че техният брой е много малък. Всъщност, общият брой на използваните кохерентни Walsh кодове тук е само 64. Но в този канал може да се ползва пилотен и синхронизиращ сигнал за синхронизиране на кодовете в предавателя и приемника, така че Walsh кодовете са напълно приложими. В обратния (uplink) канал  $BS \rightarrow MS$  това е невъзможно, т.е. кодовете не могат да се синхронизират и тук те са неприложими. Вместо тях могат да се използват т. нар. псевдо-случайни PN кодове, които са по принцип некохерентни, но са близки до ортогоналност един спрямо друг.

## Лекция 1

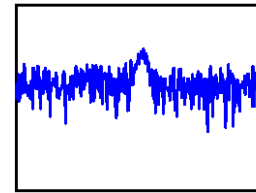
### 1.4 Корелационен анализ на сигнали. Примери

Не се предлага в програмата тази година

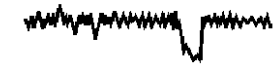
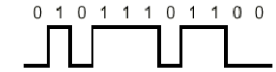
# Лекция 1

## 1.5 Случайни сигнали (шумове) – източници, представяне, величини, измерване. Примери

### Случайни (шумови) сигнали



Сигнал



Проблем е появата на слаб аналогов сигнал на фона на случайни (неочаквани) сигнали (шум и невъзможност полезният сигнал да бъде надеждно детектиран в приемника

Друг проблем е влиянието на шума върху цифрови сигнали и поява на грешно приети битове (bit error)

Шум



### Шумови сигнали

Шумовете са свързани с хаотично изменящи се във времето трептения, възникващи в различни физични системи поради различни причини.

Причини:

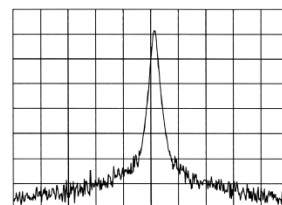
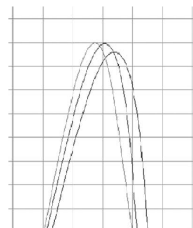
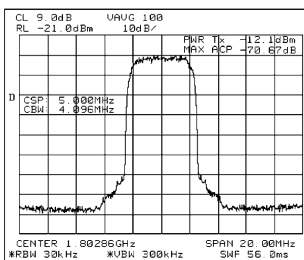
**Външни:** влияние на разряди в атмосферата, Слънцето, звездите; влияние на контактни явления; шумове от двигатели от електрически и не-електрически тип; смущения от други комуникационни канали

**Вътрешни:** дифузионен (най-известен от тях е топлинният); дробен; генерационно-рекомбинационен шум, (1/f)- шум (вж. следващата страница).

$$x(t) = (x_m + \delta x) \sin \{ [(\omega + \delta\omega)t + (\varphi_0 + \delta\varphi)] \}$$

$$\delta x; \delta\omega; \delta\varphi$$

Флуктоации на нивото, честотата и фазата на сигнала



### Шум и източници на шум в RF и микровълновия обхват

**Шумът** е важно понятие в комуникационните системи. Възникването на шум в устройствата е свързано с влиянието на микроскопични случайни процеси, при които се изменя концентрацията и /или скоростта на носителите. Те водят до поява на макроскопични ефекти – поява на шумов ток  $I_n$  и напрежение  $U_n$  и, следователно, на шумова мощност  $P_n$ . Източниците на шум, както и честотните области на проявата им, са разнообразни, но в обхвата над 300 MHz значение имат **два основни източника**.



Единият от тях е свързан със случайни изменения на токовете на носителите в преходите на полупроводникови структури (т. нар. "**дробен шум**", shot noise), а другият – със случайни изменения на напреженията, свързано основно с топлинното движение на носителите в обема на в проводниците (т. нар. "**топлинен шум**", thermal noise). Топлинният шум, поради слабата си честотна зависимост, е наречен "**бял шум**" и е основен в микровълновите устройства от дециметровия до суб-милиметровия обхват. При честоти под 10 MHz към топлинния шум се наслагва (1/f)-шумът, чиято мощност расте при намаляване на честотата. Появяването на шумови сигнали е пряко свързано с чувствителността на устройствата към полезни сигнали. В микровълновия обхват това са основно активни устройства – усилватели, осцилатори, смесители, детектори, умножители, но също антени и др.

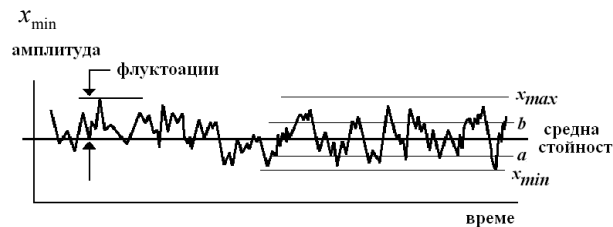
## Вероятностно описание на случайните сигнали

Случайният сигнал (шум) е макро-процес – ансамбъл от случайни микро-процеси. Нека  $X(x)$  е сложен случаен сигнал (процес), който е съвкупност от реализирани сигнали  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_\infty(t)$ , зависещи от времето. Интегралната вероятност за реализация на такъв сигнал с амплитуди в интервала  $(a, b)$  е:

$$P_i(a \leq x \leq b) = \int_a^b p(x_i; t) dx$$

където  $p(x_i, t)$  е диференциалната вероятност, която в общия случай зависи от времето. Може да се покаже, че 100-% вероятност се постига при условието

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} p(x; t) dx \equiv 1, \quad \text{ако } x(t) \in (x_{\min}; x_{\max})$$



## Основни параметри на случайните сигнали

Ще дефинираме следните основни параметри на случайните сигнали (т.нар. моменти):

❖ **Средна стойност (математическо очакване):** това е най-вероятната стойност, която може да заеме дадената случайна величина. Практически това може да стане и без да се знае диференциалната вероятност, като се избере достатъчно дълъг период  $T$

$$\overline{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x; t) dx \quad \overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$

❖ **Средно-квадратична стойност:**

$$\overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x; t) dx \quad \overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$$

❖ **Флукуация**

$$\Delta = x(t) - \bar{x}$$

❖ **Дисперсия**

$$\sigma_x^2(t) = \overline{\Delta^2} = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2(t)} - (\bar{x})^2$$

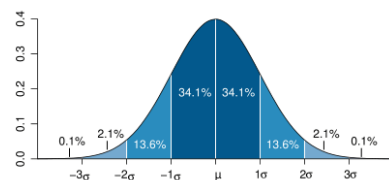
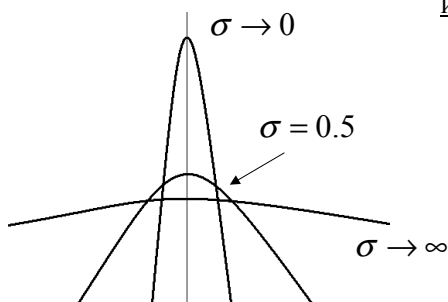
❖ **Средно-квадратично отклонение от средния резултат (SD; Standard Deviation)**

$$\sigma_x(t) = \sqrt{\sigma_x^2(t)}$$

## Пример: Гаусово (нормално) разпределение (най-често срещаното статистическо разпределение на амплитудите на случайни сигнали)

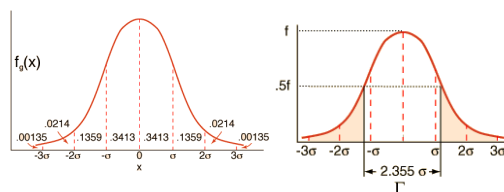


Източник: [http://en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution)



Източник: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/math/gaufcn.html>

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_x} \exp \left[ -\frac{x - \bar{x}}{2\sigma_x^2} \right]$$



## Величини, описващи шума – шумова мощност и шумова температура



❖ **Мощност на шумов сигнал  $P_n$  и шумова температура  $T_n$**

**Дефиниции:**  $P_n = kT_n \Delta f$  или  $T_n = P_n / k \Delta f$ ,

където  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K е константа на Болцман, а  $\Delta f$  е ширина на честотния обхват в Hz (напр., за устройства това е тяхната честотна лента BW). По дефиниция еквивалентната шумова температура  $T_n$  на дадено активно устройство с изходна шумова мощност  $P_n$  е температурата на съпротивление със същия спектрален състав на шума, както устройството, което създава шумова мощност със същата  $P_n$ .

Нека  $T_0 = 293$  K е стайната температура, тогава  $kT_0 = 4.10 \cdot 10^{-21}$  J е спектралната плътност на енергията на шумовете на активно съпротивление при  $T_0 = 293$  K в честотен интервал 1 Hz.

Следователно за всяко устройство  $P_n = kT_n \Delta f = \alpha \cdot kT_0$

## Други величини, описващи шума - коефициент на шум ☺

### ❖ Коефициент на шум $F_n$ и шумово число $NF$ , dB

Дефиниции:

$$F_n = \frac{(S/N)_{in}}{(S/N)_{out}} = \frac{(P_s/P_n)_{in}}{(P_s/P_n)_{out}} = \frac{1}{G_T} \frac{(P_n)_{out}}{(P_n)_{in}}$$

$$NF = 10 \cdot \lg F_n$$

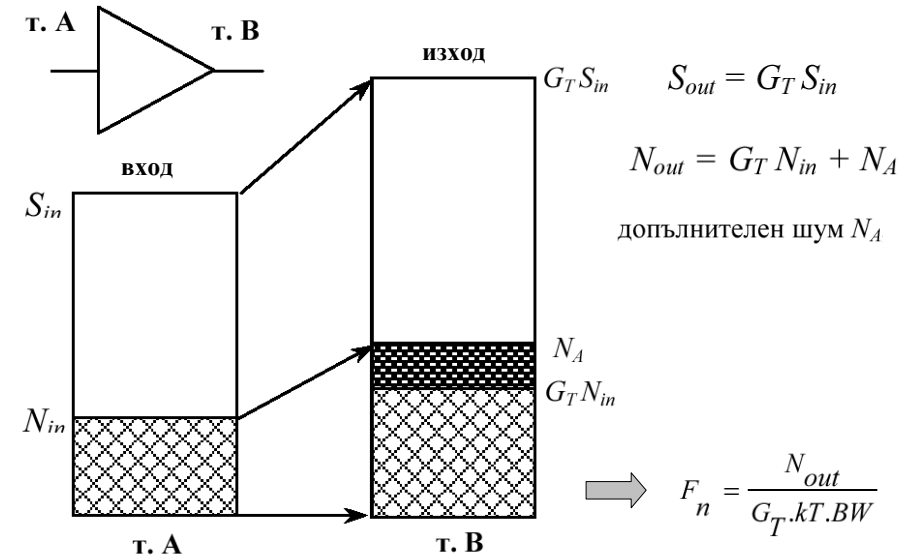
където  $S/N$  е отношение “сигнал-шум” на входа или на изхода на устройство,  $G_T$  е коефициент на усилване. Следователно  $F_n$  е нещо като качествено фактор на дву-раменно устройство. То показва колко пъти се влошава отношението “сигнал-шум” от входа към изхода на устройството чрез добавяне на собствен шум

Други връзки:

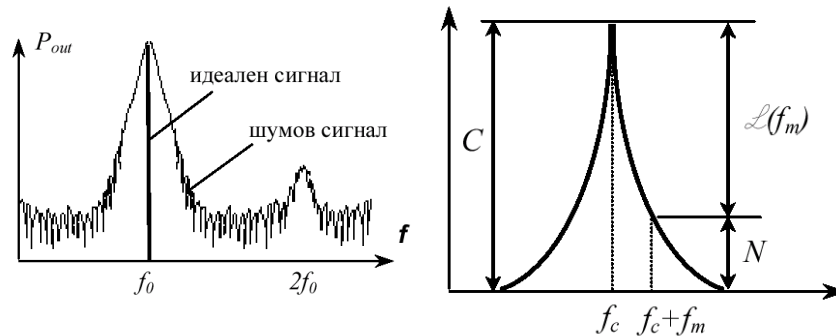
$$P_n = kT_0(F_n - 1)\Delta f, \text{ W}$$

$$T_n = T_0(F_n - 1), \text{ K}$$

## Коефициент на шум - концепция на IEEE ☺



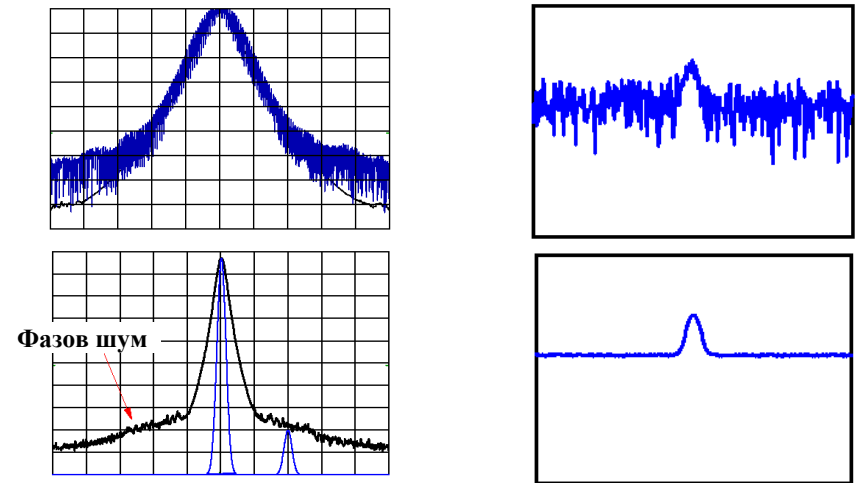
## Фазов шум ☺



$$L(f_m) = N/C \text{ (noise-to-carrier)}$$

$$L(f_m) = \frac{\text{шумова мощност в 1-Hz честотна лента на разстояние } f_m \text{ от носещата честота } f_c}{\text{мощност на сигнала на носещата честота } f_c} = \frac{N}{C}$$

## Примери ☺



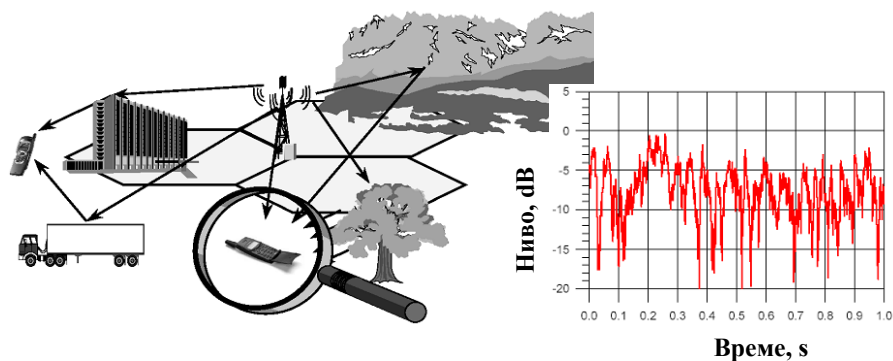
Генериран сигнал със силна остатъчна FM модулация (а) и с високо ниво на фазовия шум (б)

Много слаб сигнал на фона на шума (а) и наблюдаван със спектроанализатор с “изглаждащ” видео-филтър (б)



## Примери за статистически процеси и сигнали в мобилните и безжичните комуникации

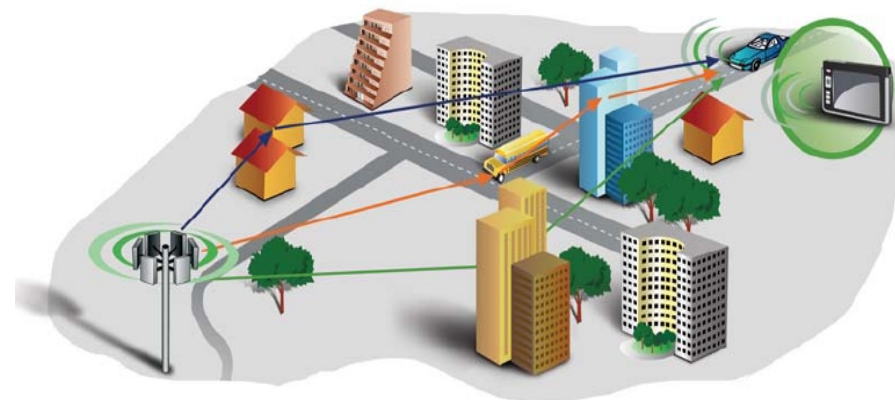
Примерите са извън програмата на курса и са за илюстрация



- Основни наблюдавани ефекти в мобилните радиоканали?**
- ❖ По-бавно или по-бързо изменение на нивото на сигнала вследствие на интерференчни и дифракционни явления – “бърз” и “бавен” фадинг
  - ❖ Случайни честотни модуляции в резултат на бързо движение
  - ❖ Случайно закъснение (ехо) при пристигане на голяма серия от много-лъчеви сигнали
  - ❖ Статистическо поведение на характеристиките на радиоканала

## Мобилна комуникационна среда

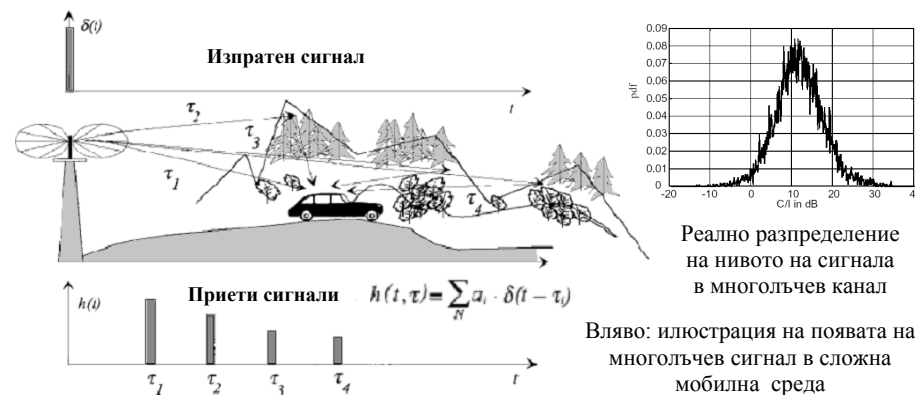
На фигурата долу виждате картина на типична мобилна комуникационна среда. Кои обекти от нея могат да оказват влияние върху разпространението на сигнала и защо? Какви физични явления, описани на предишната страница, може да откриете тук; могат ли те да оказват влияние върху разпространението на сигнала? Как по-точно тези явления ще оказват влияние? Какви според вас ще бъдат резултатите от това влияние? Как могат да се отчетат? (отговори на последните въпроси ще намерите по-натък в лекцията)



## Основен проблем на сложната комуникационна среда: множество приети сигнали вместо един – “многолъчевост”

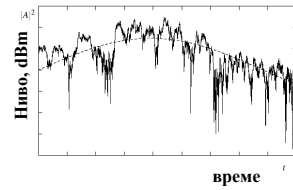
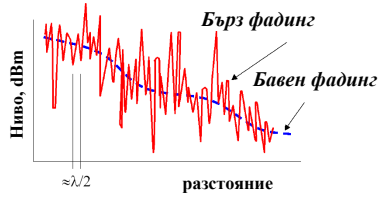
“Многолъчевостта” в мобилните комуникационни системи се обуславя от следните ефекти:

- ❖ Многократни отражения от обекти с гладки стени;
- ❖ Дифракция от неподвижни обекти с остри ръбове (засенчване);
- ❖ Многолъчево отражение (разсейване) от обекти с негладки стени;
- ❖ Движение на мобилните потребители или мобилните препятствия.

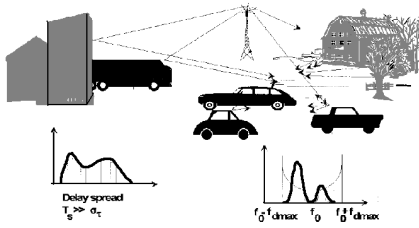


## Основни ефекти при многолъчево разпространение:

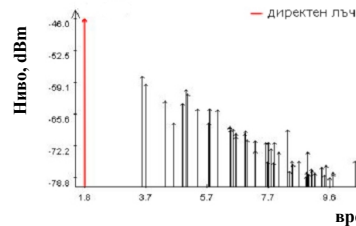
1. Рязко изменение на сигнала (стръмни флукоации) във времето и от разстоянието;



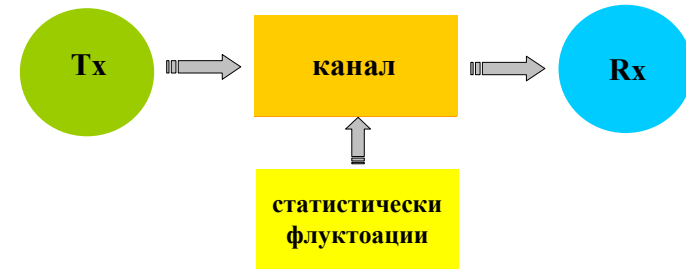
2. Случайна честотна модулация на сигнала в резултат на Доплерово отместване на различни сигнали по различни пътища



3. Случайно времево закъснение (ехо) (времева дисперсия), причинено от на приемането на многолъчеви сигнали, достигнали по различни пътища до приемника

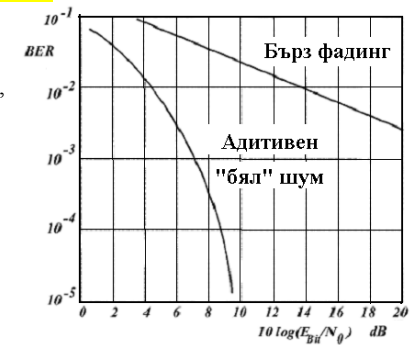


## Статистическо описание на канала при многолъчев сигнал



“Многолъчевостта” в мобилните системи се описва статистически. Към сигнала в канала се добавят статистически флукоации (амплитудни, честотни, фазови; дисперсия и др. ефекти). Те се описват по класическия вероятностен подход: средни величини, стандартни отклонения, статистическо разпределение и пр. Това е важно за мобилните канали.

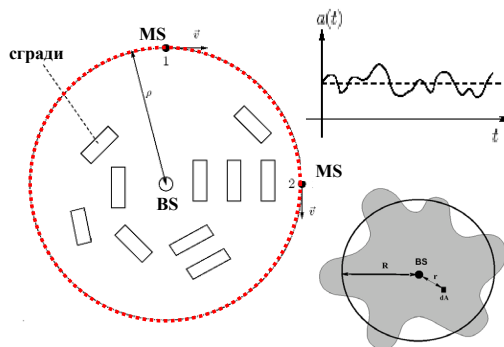
Пример: На фигурата е показана разликата във величината BER в мобилен канал с обикновен “бял” шум и с Релеев (бърз) фединг.



## Пример за статистически модел на бавния фединг (“засенчване”)

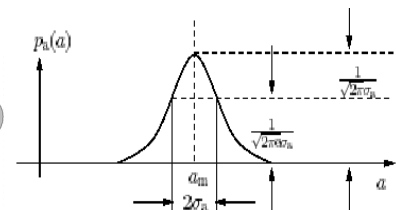
“Засенчването” (или бавният фединг) в мобилните системи се свързва с дифракцията от препятствия с размери, по-големи от  $20\lambda$ . Това са основно сгради в градска среда. По-долу е показан метод за анализ на засенчването: мобилна станция се движи в кръг около базова станция в засенчена среда. Ефектът е появата на флукоации в амплитудата  $a(t)$  на приетия сигнал със средна стойност  $a_m$ . Разпределението на текущата амплитуда около средната се дава с Гаусово (нормално) разпределение. Стандартното отклонение е  $\sigma_a$ , което при засенчването е типично  $\sim 4-10$  dB.

Метод за изследване на засенчването



Модел на засенчването: Гаусово (нормално) разпределение

$$p_a(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left[-\frac{(a - a_m)^2}{2\sigma_a^2}\right]$$



Горе: Криви на постоянно ниво на приет сигнал с и без “засенчване”

## Пример за статистически модели на бързия фединг

Бързият фединг е свързан с “многолъчевостта” на мобилната среда – влиянието на статистически много препятствия с размери сравними с дължината на вълната ( $\sim \lambda$ ) и многократни отражения. Тук амплитудата на приетия сигнал се описва с разпределение на Rayleigh (за модел без директен лъч) или с разпределение на Rayleigh-Ricean (за модел с директен лъч LoS). Сега стандартното отклонение е  $\sigma_R$  и по-голямо, отколкото при засенчването  $\sim 30-40$  dB. Встрани са показани примери за векторно сумиране на много сигнали и съответното им разпределение.

