Annuaire de l'Université de Sofia "St. Kliment Ohridski", Faculté de Physique, 96, 2003

АНАЛИТИЧНА ОБОСНОВКА НА ГЕОМЕТРИЧНИЯ МЕТОД ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НАМАГНИТВАНЕТО В СЛОЕВЕ С ЕДНООСНА МАГНИТНА АНИЗОТРОПИЯ

БОРИСЛАВ ПЕТКОВ

Катедра „Радиофизика и електроника"

Борислав Петков. АНАЛИТИЧНА ОБОСНОВКА НА ГЕОМЕТРИЧНИЯ МЕТОД ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НАМАГНИТВАНЕТО В СЛОЕВЕ С ЕДНООСНА МАГНИТНА АНИЗОТРОПИЯ

Определянето на положението на намагнитеността в еднодоменни слоеве с едноосна магнитна анизотропия в равнината на образеца се натъква на математически трудности, свързани с решаването на уравнения от 4-та степен. Поради тази причина е приет геометричен метод за анализ, при който положението на вектора на намагнитване се определя спрямо т. нар. критична крива, в случая астероида [1]. В статията е показано как може да се изгради аналитична обосновка на геометричния метод, с помощта на която да се намерят допълнителни възможности за определяне положението на намагнитеността, при които е изпълнено условието за минимум на енергията на слоя във външно магнитно поле.

Borislav Petkov. ANALYTICAL VALIDITY OF THE GEOMETRICAL METHOD FOR DETERMINATION OF THE MAGNETIZATION IN FILMS WITH UNIAXIAL MAGNETIC ANISOTROPY

The problem of determination the magnetization position in one domain films with uniaxial magnetic anisotropy runs into difficulties connected with solving of four power equations. The geometrical method helps to surmount difficulties considering the magnetization vector position in respect of the critical curve (asteroid) [1]. In the article the analytical validity of the geometrical method is discussed and some further possibilities for determination of the magnetization position are indicated taking into account the minimum of the film energy in the external magnetic field.

Keywords: thin films, magnetization, magnetic anisotropy
PACS number: 75.70.Kw

ВЪВЕДЕНИЕ

В магнитни слоеве с дебелина, съизмерима с дължината на свободния пробег и с радиуса на класическата циклоидална траектория на електроните, поведението на намагнитеността се определя до голяма степен от размерните ефекти. Намагнитването на такава среда се описва от модела на Стонер –

Волфарт [1]. Моделът разглежда магнитномекия материал като ансамбъл от частици с елипсовидна форма, които притежават магнитна анизотропия с лека ос, насочена по дългата ос на елипсоида. Частиците не взаимодействат помежду си и са достатъчно малки, за да играят ролята на елементарни диполи с намагнитеност M_s. Ъгълът φ, който векторът на намагнитване $\boldsymbol{M}_s$ сключва с леката ос на магнитна анизотропия, се определя от равновесно му положение при въздействие на външното поле $\boldsymbol{H}$ приложено под ъгъл θ спрямо леката ос и полето на анизотропия, представено чрез енергията на анизотропия за единица обем. Тогава пълната магнитна енергия за единица обем се дава с

$$E = -M_s H \cos(\theta - \varphi) + K \sin^2(\varphi), \tag{1}$$

а ъгълът φ се определя от минимума на пълната енергия, за който

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0, \quad \text{а} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} > 0. \tag{2}$$

От първата производна на израза (1) получаваме

$$h_y \cos\varphi - h_x \sin\varphi - \sin\varphi\cos\varphi = 0, \tag{3}$$

където

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{H}/H_k, \quad h_x = h\cos\theta, \quad h_y = h\sin\theta, \quad H_k = 2K/M_s, \tag{4}$$

H_k е големина на полето на анизотропия за дадения материал.

СЪЩНОСТ НА АНАЛИЗА

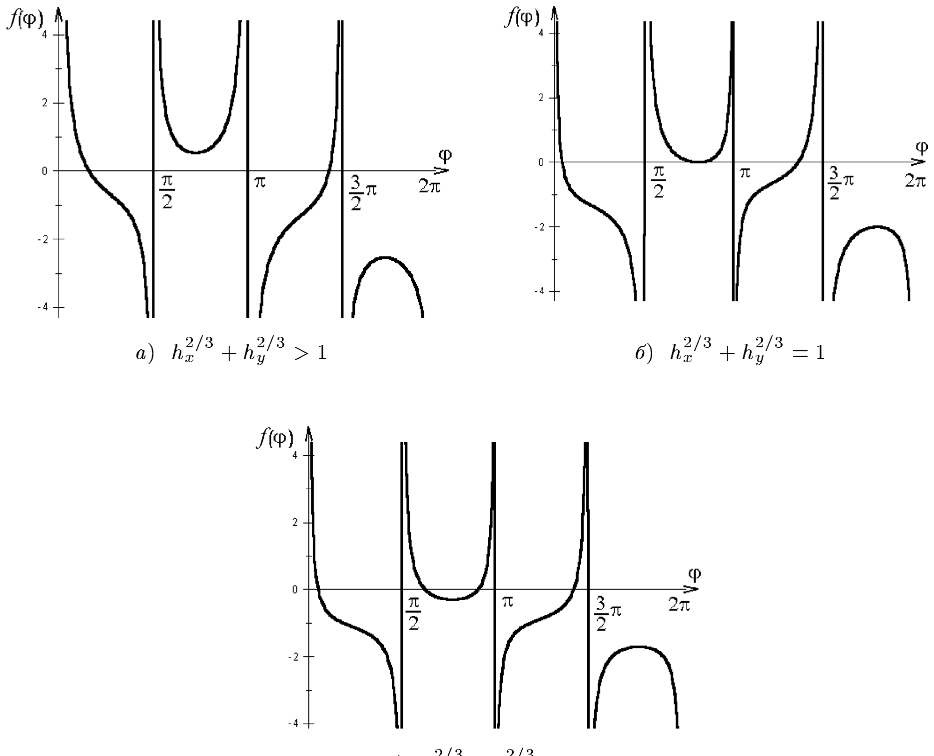
Уравнение (3) съдържа зависимостта на ъгъла φ от компонентите на полето. Най-напред ще бъде изследван броят на решенията му, за да се определи колко са възможните стойности на ъгъла на намагнитване при зададено външно поле. Когато намагнитването е по направление на някоя от осите, т. е. $\sin\theta = 0$ или $\cos\theta = 0$, тогава една от компонентите (h_y или h_x) се нулира, а другата компонента може да бъде произволна. Това е така и от физични съображения, тъй като поради симетрията намагнитването е по леката или по трудната ос, когато външното поле е насочено по същата ос. За да се намерят решенията на уравнение (3) в общия случай, ще бъде разгледана функцията

$$f(\varphi) = -\frac{1}{2K\sin\varphi\cos\varphi}\frac{\partial E}{\partial \varphi} \tag{5}$$

преобразувана в

$$f(\varphi) = \frac{h_y}{\sin\varphi} - \frac{h_y}{\cos\varphi} - 1. \tag{6}$$

Тя е дефинирана, когато φ не е кратно на $\varphi/2$, който частен случай вече бе разгледан. За всички други случаи търсените решения на уравнение (3) съвпадат с решенията на $f(\varphi) = 0$.



а) $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} > 1$

б) $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} = 1$

в) $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} < 1$

Фиг. 1. Поведението на $f(\varphi)$ се определя от h_x и h_y чрез израза $h_x^{2/3} + h_y^{2/3}$. Случаите *а*, *б* и *в* илюстрират как стойността му влияе на броя на решенията на $f(\varphi) = 0$.

На фиг. 1 е показан видът на $f(\varphi)$ при няколко стойности на външното поле $\boldsymbol{h}$: *а*) при $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} > 1$; *б*) при $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} = 1$; *в*) при $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} < 1$. За определеност без ограничение на общността функцията може да се разглежда само при положителни h_x и h_y, тъй като при изменение на φ от 0 до 2π се реализират всички възможни съотношения между знаците на h_y и $\sin\varphi$, както и на h_x и $\cos\varphi$, а $f(\varphi)$ зависи само от тези съотношения. Смяната на знаците е еквивалентно на размяна на местата на квадрантите, т. е. картината се повтаря, но завъртяна на ъгъл, кратен на $\pi/2$. Като се използва производната

$$\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} h_y - \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi} h_x = -\frac{h_x \sin^3\varphi + h_y \cos^3\varphi}{\sin^2\varphi \cos^2\varphi} \tag{7}$$

при така избраните положителни h_x и h_y, поведението на $f(\varphi)$ във вътрешността на различните квадранти показва, че функцията (фиг. 1):

- в I квадрант е намаляваща от $+\infty$ до $-\infty$ и там $f(\varphi) = 0$ има един корен;
- в краищата на II квадрант дивергира към $+\infty$, а между тях има един

минимум, който в зависимост от h_x и h_y може да е над или под абсцисната ос, т. е. $f(\varphi) = 0$ може да има или да няма корени;
- в III квадрант е растяща от $-\infty$, до $+\infty$ и $f(\varphi) = 0$ има един корен;
- в краищата на IV квадрант дивергира към $-\infty$, а между тях има един максимум, който е винаги отрицателен, следователно $f(\varphi) = 0$ няма корени.

Интерес представлява условието, което определя броя на корените във II квадрант. Определяме го по следния начин. Намираме точката на минимум на φ_0 на $f(\varphi)$ от $\dfrac{df(\varphi)}{d\varphi}(\varphi_0) = 0$ и търсим при какви стойности на h_x и h_y стойността на $f(\varphi_0)$ е съответно положителна или отрицателна. Чрез (9) намираме

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(-\frac{h_y^{1/3}}{h_x^{1/3}}\right). \tag{8}$$

От израза (8) разглеждаме стойността на φ_0 в интервала $(\pi/2, \pi)$, т. е. във II квадрант. При заместване на тази стойност в (6) и чрез тригонометрични преобразувания получаваме

$$f(\varphi_0) = (h_x^{2/3} + h_y^{2/3})^{3/2} - 1\ . \tag{9}$$

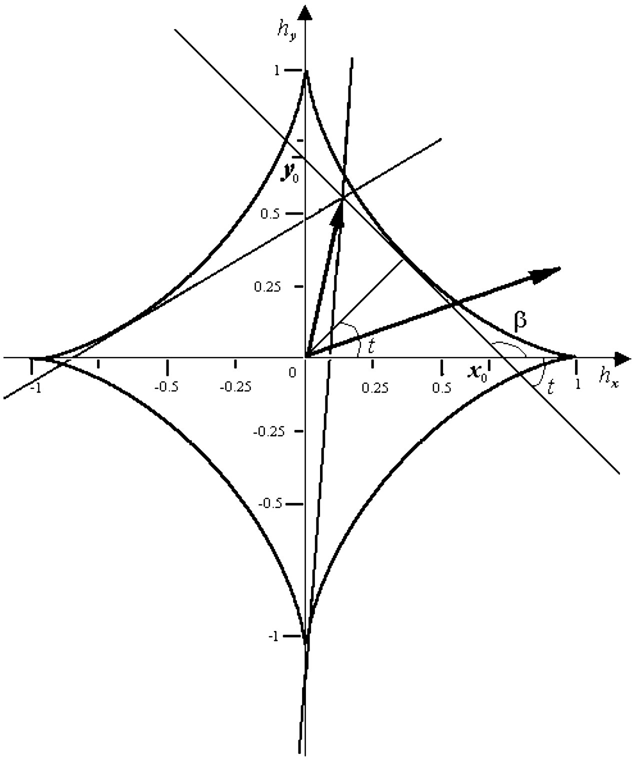
В зависимост от това дали $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} > 1$, или $h_x^{2/3} + h_y^{2/3} \leq 1$ в този интервал няма или има решения на равновесното уравнение $f(\varphi) = 0$. Геометричната интерпретация на тези неравенства е дали векторът $\boldsymbol{h}$ лежи вътре, или пресича кривата с уравнение

$$h_x^{2/3} + h_y^{2/3} = 1. \tag{10}$$

Това е уравнение на астероида със свободен член 1. Параметрично тази крива може да се представи като (фиг. 2)

$$\begin{aligned} h_x &= \cos^3 t, \\ h_y &= \sin^3 t, \end{aligned} \tag{11}$$

където смисълът на параметъра t е ъгълът между радиус-вектора $\boldsymbol{h}$ с компоненти (h_x, h_y) и абсцисата. Трябва да се отбележи, че интерес представляват само устойчивите равновесия, т. е. тези, за които $\dfrac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} > 0$, тъй като без специални условия само те се реализират на практика. От (5) лесно се определя връзката между знаците на втората производна на енергията и първата производна на $f(\varphi)$, която вече разгледахме. След като се отсеят само тези решения на уравнение (2), които отговарят на устойчиво равновесие, за положението на вектора намагнитване може да се направи следното обобщение. Когато изразът (9) е положителен, или векторът $\boldsymbol{h}$ пресича астероидата (10), ъгълът φ се определя от решението на $f(\varphi) = 0$ за интервала $(0, \pi/2)$. Когато векторът



Фиг. 2. Тангентата към всяка точка от астероидата (10) отрязва отсечка между координатните оси с дължина единица. Това може да служи и за една от диференциалните дефиниции на астероидата, а именно, че това е кривата, тангираща до всички прави, отрязващи между осите единична отсечка. Оказва се, че съседният ъгъл на ъгъла на наклон на тангента, минаваща през върха на $\boldsymbol{h}$, удовлетворява уравнение от типа на $f(\varphi) = 0$. Вижда се, че когато върхът на $\boldsymbol{h}$ е във външната област, през него минават две тангенти, докато, когато е във вътрешната, те са три, но само две от тях задават посоката на устойчиво намагнитване

на външното магнитно поле $\boldsymbol{h}$ лежи изцяло вътре в астероидата, така че изразът (9) има отрицателна стойност, са възможни две положения на вектора на намагнитване (фиг. 2) и те са решенията на $f(\varphi) = 0$ за интервалите $(0, \pi/2)$ и (φ_0, π) Другият корен на $f(\varphi) = 0$ от II квадрант, както и този от III, отговарят на неустойчиво равновесие, така че не дават възможни стойности на ъгъла φ.

Освен като критерий за броя на възможните ъгли на намагнитването, астероидата (10) служи и за геометрично определяне на техните стойности. Да разгледаме наклона на тангентата в точка $(h_x,\ h_y)$. От параметричното представяне (11) изразяваме диференциалите

$$\begin{aligned} \mathrm{d}h_y &= 2\sin^2 t \cos t\, \mathrm{d}t, \\ \mathrm{d}h_x &= -2\cos^2 t \sin t\, \mathrm{d}t, \end{aligned} \tag{12}$$

откъдето

$$\frac{\mathrm{d}h_y}{\mathrm{d}h_x} = -\mathrm{tg}\, t \tag{13}$$

т. е. ъгълът, който тангентата към точка с параметър t сключва с абсцисната ос, е равен на параметъра с обратен знак. В такъв случай, ако x_0 и y_0 са съответно точките, в които тангентата в $(h_x,\ h_y)$ пресича осите Oh_x, Oh_y (фиг. 2), ще бъде изпълнено

$$y_0 = h_y + h_x \mathrm{tg}\, t = \sin^3 t + \cos^3 t \frac{\sin t}{\cos t} = \sin t,$$

$$x_0 = h_x + h_y \mathrm{cotg}\, t = \cos^3 t + \sin^3 \frac{\cos t}{\sin t} = \cos t(\cos^2 t + \sin^2 t) = \cos t,$$

т. е.

$$\begin{aligned} x_0 &= \cos t, \\ y_o &= \sin t. \end{aligned} \tag{14}$$

Тъй като уравнението на права, която пресича осите в (x_0, y_0) е $\dfrac{h_x}{x_0} + \dfrac{h_y}{y_0} = 1$, уравнението на тангентата в точка с параметър t ще бъде

$$\frac{h_x}{\sin t} + \frac{h_y}{\cos t} = 1. \tag{15}$$

Това уравнение се различава от уравнение $f(t) = 0$ по знака на втория член. Тогава за съседния на t ъгъл β (фиг. 2) ще е в сила точно $f(\beta) = 0$, тъй като поради $\beta = \pi - t$ $\sin\beta = \sin t$, $\cos\beta = -\cos t$. Това, че решение на уравнението $f(\varphi) = 0$ е ъгълът β, показва, че от двете посоки по направлението на допирателната намагнитването би било по тази, получаваща се при положително завъртане спрямо абцисната ос (в случая нагоре). Така че възможните посоки на намагнитване при дадено външно поле могат да се определят, като през върха на вектора на полето $\boldsymbol{h}$ се построят допирателните към астероидата (10). След това трябва да се отсеят само тези стойности на ъглите на наклона им, отговарящи на устойчиви равновесия, както бе обсъдено по-горе. Поради факта, че във вътрешната област има решения на уравнение (3), които не съществуват извън астероидата, възникват качествени ефекти, появяващи се при преминаване на вектора на полето от едната област в другата – аркхаузенови скокове, хистерезисни ефекти и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Количествено ъгълът на намагнитване може да се определи и без построяване на астероидата (10), като се използва свойството на тангентата към всяка нейна точка да отрязва между координатните оси отсечка с дължина единица. Необходимо е през върха на вектора на полето $\boldsymbol{h}$, приложен в началото на координатната система, да се прекара права с такъв наклон, че да отрязва между осите Oh_x, Oh_y единична отсечка. Направлението на такава права е направление на равновесно намагнитване. Графиката на астероидата (10) обаче разделя възможните стойности на полето на области, при които се наблюдават качествено различни процеси на пренамагнитване.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stoner, E. C. and E. P. Wohlfarth. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A 248**, 1948, 599.
2. Vatskitchev, L., I. Antonov, M. Vatskitcheva. *JMMM*, **170**, 1997, 317.

Борислав Петков
Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Физически факултет
Катедра „Метеорология и геофизика“
Бул. „Джеймс Баучър“ 5
1164 София, България
E-mail: borsonic@yahoo.com

Постъпила март 2003 г.