Annuaire de l'Université de Sofia "St. Kliment Ohridski", Faculté de Physique, 96, 2003

НЯКОИ АСПЕКТИ НА ВЛИЯНИЕ НА СТРАТИФИКАЦИЯТА И ИНВЕРСИИТЕ ВЪРХУ ДИФУЗИЯТА ОТ МИГНОВЕН ТОЧКОВ ИЗТОЧНИК В ПГС

ЕВГЕНИ СИРАКОВ, ЙОРДАНКА МИХАЙЛОВА

Катедра „Метеорология и геофизика“

Евгени Сираков, Йорданка Михайлова. НЯКОИ АСПЕКТИ НА ВЛИЯНИЕ НА СТРАТИФИКАЦИЯТА И ИНВЕРСИИТЕ ВЪРХУ ДИФУЗИЯТА ОТ МИГНОВЕН ТОЧКОВ ИЗТОЧНИК В ПГС

В работата се разглежда дифузия от мигновен точков източник при конвективни и устойчиви условия в планетарния граничен слой (ПГС), а също при отчитане на инверсии. Задачата се свежда до две по-прости такива – за хоризонтална и вертикална дифузия. Параметризира се чрез външни параметри (законите на съпротивление на ПГС) или чрез класовете на устойчивост на Пасквил–Търнър. Разглеждат се някои аспекти за описание на хоризонталната дифузия чрез статистически моменти. Анализира се влиянието на стратификацията, грапавостта и инверсиите върху полетата на концентрацията, центъра на тежестта, дисперсиите, коефициентите на асиметрия и ексцес. Оценени са също времената за релаксация, за достигане на различни асимптотични режими при силна неустойчивост и устойчовост в ПГС.

Evgeni Syrakov, Yordanka Mihaylova. SOME ASPECTS OF INFLUENCE OF STRATIFICATION AND INVERSIONS ON THE DIFFUSION FROM INSTANTANEOUS POINT SOURCE IN PBL

In this work was researched the diffusion from instantaneous point source in convective and stable conditions in Planetary Boundary Layer (PBL), and in the presence of inversions too. The problem was split up into two relative simple—for horizontal and vertical diffusion. Are parameterizated by outer parameters (the resistance laws in PBL) or by Pasquil–Turner stability categories Are studied some aspects for description of horizontal diffusion by statistical moments and was analysed the influence of stratification, roughness and inversions on the fields of concentration, centroid, dispersions, skeweness, kurtosis. Are estimated times for relaxation, for establishment of various asymptotical regimens in strong stability and instability in PBL.

Keywords: diffusion, point source, PBL, parameterization, centroid, dispersions
PACS number: 92.10.Lq

УВОД

Известно е, че процесите дифузия от мигновен и от непрекъснат точков източник са предмет на две основни задачи, от които чрез принципите на суперпозицията могат да се получат широк набор от по-сложни решения [1–4].

Тук са възможни както числени, така и аналитични подходи. В настоящата работа ще се придържаме към втория подход и ще разглеждаме мигновен точков източник. Тази задача е изучена по-подробно за приземния слой, където се допуска аналитично решение [1]. В планетарния граничен слой (ПГС), където коефициентът на вертикален турбулентен обмен K_z е по-сложна функция на височината, решенията са получени само за някои частни случаи. Едно такова решение, което ще използваме и в работата, е получено в [5] в случай, когато за K_z се прилага формула, отнасяща се за безразлична стратификация (вж. формула (7)). Тук ще разширим приложимостта на това решение при отчитане на по-сложни конвективни, устойчиви и инверсионни условия в ПГС. Това се прави чрез подходяща модификация на K_z.

Турбулентният режим в ПГС и влиянието на инверсиите се параметризират чрез закони на съпротивление [6], а също и чрез класове на устойчивост на Пасквил–Търнър. Поради различието на мащабите във вертикално и хоризонтално направление задачата може да се сведе до две по-прости: за вертикална и хоризонтална дифузия. В рамките на такава постановка ще изучим закономерности и асимптотично поведение на полето на концентрация на вертикалната дифузия, центърът на тежестта на облака от примес, дисперсиите, коефициентите на асиметрия и ексцес и др.

Накратко ще разгледаме и някои основни характеристики на хоризонтална дифузия, включително и в рамките на подхода на статистическите моменти на концентрацията [7, 8].

РЕШЕНИЕ ЗА КОНЦЕНТРАЦИЯТА НА ПРИМЕСА

При разглеждане на дифузия от мигновен точков източник в ПГС (т. нар. „пуф“-модел), като се отчете относителната независимост на вертикалната и хоризонталната дифузия, концентрацията на примеса може да се представи във вида

$$C = C_1(z,t)C_2(x,y,t), \tag{1}$$

където $C_1(z,t)$ описва вертикалната дифузия, а $C_2(x,y,t)$ – хоризонталната.

Хоризонталната дифузия се изразява с обичайното съотношение

$$C_2 = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\exp\left[-\frac{(x-\bar{X})^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-\bar{Y})^2}{2\sigma_y^2}\right], \tag{2}$$

а вертикалната дифузия – въз основа на диференциалното уравнение

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial C_1}{\partial z}\right) \tag{3}$$

при начални и гранични условия

$$C_1 = Q\delta(z-H) \qquad \text{при} \qquad t \to 0, \qquad z = H, \tag{4}$$

$$k_z \frac{\partial C_1}{\partial z} = 0 \qquad \text{при} \qquad z = 0, \tag{5}$$

$$k_z \frac{\partial C_1}{\partial z} = 0 \qquad \text{при} \qquad z = h, \tag{6}$$

където h е височината на инверсията (долната граница на повдигнатата инверсия), $(\bar{X}(t), \bar{Y}(t))$ са хоризонталните координати на центъра на тежестта на облака, Q – мощността на мигновения източник, H – ефективната височина на източника, k_z – коефициентът на вертикален обмен, σ_x^2, σ_y^2 – хоризонталните дисперсии.

Една подходяща формула за k_z, отчитаща влиянието на инверсията, има вида

$$k_z = pU_* z(1 - z/h), \tag{7}$$

където p е константа на пропорционалност, U_* – динамичната скорост.

При отчитане на (7) дифузионната задача (3–5) допуска следното аналитично решение [5]:

$$C_1 = \frac{Q}{h}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)P_n\left(2\frac{H}{h} - 1\right)P_n\left(2\frac{z}{h} - 1\right)\exp\left[-n(n+1)\frac{pU_* t}{h}\right]\right], \tag{8}$$

където P_n са полиномите на Лежандър.

Като краен резултат се получава, че общата концентрация от мигновен точков източник се задава чрез (1), където C_1 се изразява чрез (2), а C_1 – чрез (8).

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НА ДИНАМИЧНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Фигуриращите в (2) хоризонтални компоненти на траекторията на центъра на тежестта на облака от замърсител се определят от съотношенията

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\bar{X}}{\mathrm{d}t} &= U[z = \bar{Z}(t)], \\ \frac{\mathrm{d}\bar{Y}}{\mathrm{d}t} &= V[z = \bar{Z}(t)]. \end{aligned} \tag{9}$$

В достатъчно общ вид (при отчитане на стратификация и бароклинност) тези уравнения са решени в [6]. В частния случай, когато U и V се заменят с осреднените по височината техни стойности $\bar{U}$ и $\bar{V}$ (напр. при ниска горна граница h на инверсията, когато в инверсионния слой се установяват средни по височината динамични и дифузионни характеристики), (9) се се записват във вида

$$\frac{\mathrm{d}\bar{X}}{\mathrm{d}t} = \bar{U}, \quad \frac{\mathrm{d}\bar{Y}}{\mathrm{d}t} = \bar{V}, \tag{10}$$

откъдето следва

$$\bar{Y} = R\bar{X}, \tag{11}$$

където $R = \bar{V}/\bar{U}$ се задава чрез [9]:

$$R = \frac{\bar{V}}{\bar{U}} = \frac{\sin\alpha + Cd^2\cos\alpha}{\cos\alpha - Cd^2\sin\alpha}. \tag{12}$$

Тук U и V са хоризонтални компоненти на скоростта в ПГС, α е ъгълът между приземния и геострофния вятър. Изброените величини, следователно и R се параметризират чрез класовете на устойчивост на Пасквил–Търнър $KL \to (A, B, C, D, E, F)$:

$$R = R(KL) \tag{13}$$

съгласно табл. 1, взета от [10], или чрез външни аерологосиноптични параметри:

$$R = R(Ro, S, Ro_i) \tag{14}$$

или

$$R = R(Z_i, R_B, Ro_i) \tag{15}$$

съгласно обсъдената по-долу параметризация (18), (19) [6].

Таблица 1. Съответствие между класовете на устойчивост на Пасквил–Търнър за централни точки на интервалите на тяхното изменение и $Z_0 = 10$ с различни външни и вътрешни параметри на ПГС

Параметри	Класове:	A	B	C	D	E	F
U_{10}		1,5	2,5	4	6	3,5	2,5
Ro		$1,8.10^5$	3.10^5	$5,8.10^5$	10^6	10^6	10^6
μ		−120	−65	−25	0	15	40
Ro_i		10	20	50	100	250	500
S		−500	−300	−150	0	150	400
C_d		0,087	0,07	0,043	0,034	0,023	0,018
d		13,5	16	20	25	32	36
L		−6,2	−14	40		45	16
H		1700	1550	1250	800	300	160
μ_h		−270	−110	−31	0	6,6	10
U^*		0,16	0,21	0,25	0,3	0,185	0,163
W^*		1,5	1,3	1	—	—	—

Да разгледаме сега представляващата основен интерес дифузия във вертикално направление, описана чрез съотношението (8), откъдето се вижда, че обезразмерената концентрация $C_1 h/Q$ зависи от безразмерните параметри H/h, z/h, $\tau = pU_* t/h$, т. е.

$$\frac{C_1 h}{Q} = f\left(\frac{z}{h}, \frac{H}{h}, \tau\right). \tag{16}$$

Основните динамични параметри на задачата p, U_*, h (съдържащи се в k_z) участват като комбинация в обезразмереното време

$$\tau = p\frac{U_*}{h}t \equiv \frac{U_*}{fh}pft. \tag{17}$$

Величината (U_*/fh) може да бъде представена във вида

$$\frac{U_*}{fh} = C_d Ro_i$$

при безразлична стратификация и

$$\frac{U_*}{fh} = \left(\frac{k}{|\mu_h|}\right)^{1/3}\frac{W_*}{fh} \equiv k^{1/3}\left[\frac{C_H}{|\mu_h|}\right]^{1/3} R_B^{1/3} Ro_i \tag{18}$$

при неустойчива стратифиция, където f е параметър на Кориолис, $k = 0,4$ – константа на Карман, C_d – коефициент на съпротивление, C_H – число на Стентън, $W_* = (\beta q h)^{1/3}$ – конвективен мащаб за скорост, $\mu_h = h/L$, L – мащаб на Монин–Обухов, $R_B \equiv h\beta\delta\theta/G_0^2$ – интегрално число на Ричардсън, $G_0 = U_h$ – скорост на височина h, β – параметър на конвекция, $\delta\theta = \theta_h - \theta_0$ – спад на температурата в слоя $0 - h$.

Формула (13) дава възможност в зависимост от входните данни, с които се разполага, да се извърши параметризация чрез външни аерологосиноптични параметри (чрез решаване на законите на съпритивление) или при използване на табл. 1 чрез класовете на Пасквил–Търнър. Отчетени са също спецификите на турбулентния режим в ПГС при различна стратификация.

При безразлична и устойчива стратификация е целесъобразна параметризация, отчитаща инверсията чрез Ro_i. За коефициента на съпритивление C_d имаме

$$C_d = C_d(Ro, S, Ro_i),$$

така че дифузионните характеристики също ще зависят от тези три безразмерни аерологосиноптични параметри: число на Росби Ro, външен параметър на стратификация S и Ro_i.

Както се вижда от (18), при конвективни условия в ПГС параметризацията трябва да се извърши с помощта на типичните за такива условия параметри μ_h, W_*. Те, както и C_H, се изразяват чрез външни аерологосиноптични параметри, в които за нормиращ мащаб се използва h:

$$D = D(Z - i, Ro_i, R_B), \tag{19}$$

където под D се разбира всеки един от посочените параметри μ_h, W_*, C_H; $Z_i = h/z_0$. Зависимостта (19) се определя въз основа на решаване на законите на съпротивление в този случай за широк диапазон на изменение на параметрите $Z - i$, Ro_i, R_B [6, 11].

Параметризацията на задачата чрез класовете на Пасквил–Търнър става въз основа на връзките на фигуриращите в (18) параметри, с класовете A, B, C, D, E, F, приведени в табл. 1.

Да преминем сега към определяне на параметъра в (7). Това се прави така, че чрез (7) да може приближено да се апроксимират съответните формули за k_z, определени в [12]. В тази работа, като се въвеждат локални мащаби за скорост, дължина и температура и при някои допълнителни съображения, теорията на подобие се разширява за целия ПГС, като са получени съответни резултати за профилите на редица метеоелементи, например:

$$\begin{aligned} k_z &= cW_* h(z/h)^{4/3}(1 - \alpha_1 z/h)^{1/3}, \\ \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}z} &= \frac{c_1}{k}(-\mu_h)^{-2/3}(z/h)^{-4/3}(1 - \alpha_1 z/h)^{2/3}, \\ Rf &= c\mu_h(z/h)(1 - \alpha_1 z/h)^{4/3} \end{aligned} \tag{20}$$

при неустойчива стратификация и

$$\begin{aligned} k_z &= kU_* h\frac{(z/h)(1 - z/h)}{1 + 5{,}2\mu_h z/h}, \\ S &= \frac{U_*}{kh}\frac{(1 - z/h)(1 + 4{,}7\mu_h z/h)}{(z/h)}, \\ Rf &= \mu_h\frac{z/h}{(1 + 4{,}7\mu_h z/h)} \end{aligned} \tag{21}$$

при устойчива стратификация в ПГС.

Тук $c_1 = 0{,}42$, $\alpha_1 = 1{,}25$, $S = \left[\left(\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}z}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\right)^2\right]^{1/2}$.

Формулата за k_z при безразлична стратификация следва от (21) при μ_h=0:

$$k_z = kU_* z(1 - z/h). \tag{22}$$

От съпоставката на (7) с формулите за k_z, зададени с (20)–(22) определяме търсената величина p:

$$\begin{aligned} p &= c\left(\frac{W_*}{U_*}\right)\left(\frac{z}{h}\right)^{1/3}(1 - \alpha_1 z/h)^{-1/3} \quad \text{при неустойчива стратификация,} \\ p &= \frac{1}{1 + 5,2\mu_h z/h} \quad \text{при устойчива стратификация,} \\ p &= \kappa \quad \text{при безразлична стратификация.} \end{aligned} \tag{23}$$

Решението (8) е получено при отчитане на (7) и полагане $p = \mathrm{const}$. Поради това в (23) при устойчива и неустойчива стратификация изразите за p трябва да се заменят с подходящи, типични, постоянни техни стойности. Те се определят от условието k_z от (7) при отчитане на (23) да съвпадне с максимумите на k_z от (20) и (21), които се реализират при $z/h = 0{,}65$ и $z/h = 0{,}2$ съответно.

В резултат формули (23) се заменят със следните:

$$
\begin{aligned}
p &= \frac{a_1}{1 + a_2 \mu_h} \quad \text{при устойчива стратификация,} \\
p &= a_3 c \frac{W_*}{U_*} \quad \text{при неустойчива стратификация,} \\
p &= \kappa \quad \text{при безразлична стратификация,}
\end{aligned} \tag{24}
$$

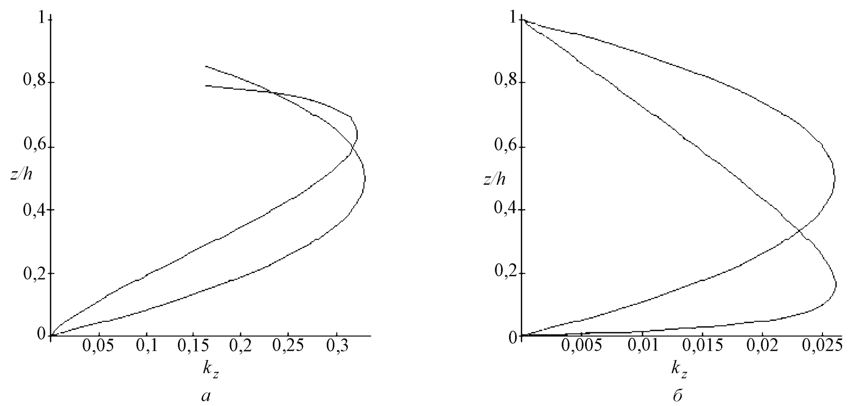
където

$$
\frac{W_*}{U_*} = \left(-\frac{\kappa}{\mu_h} \right)^{1/3}. \tag{25}
$$

Тук $\kappa = 0{,}4$ е константа на Карман, $c \simeq 1$, $a_1 = 0{,}2154$, $a_2 = 0{,}83$, $a_3 = 1{,}32$.

Съответните резултати за k_z, задавани чрез (7) при отчитане на (24), (25) са дадени на фиг. 1. На същата фигура е направено сравнение с формули (20) и (21).

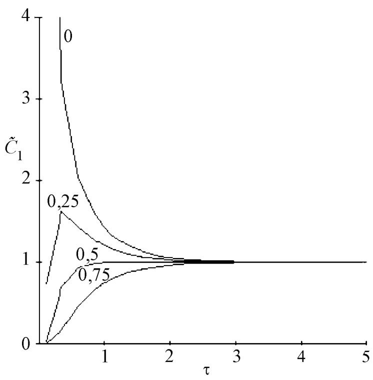
Съвпадението е сравнително добро. По-голяма разлика има само във височината, на която k_z има максимум при устойчива стратификация. Това обаче не оказва голямо влияние, тъй като k_z е твърде малък по стойност в този случай.



Фиг. 1. Профили на k_z, зададени чрез (7) и (24) при неустойчива (*a*) и устойчива (*б*) ($\mu_h = 5$) стратификация и съпоставката им с (20), (21)

АНАЛИЗ НА ХАРАКТЕРИСТИКИТЕ НА ВЕРТИКАЛНА ТУРБУЛЕНТНА ДИФУЗИЯ

Ще започнем с анализ на формула (8), представена в безразмерен вид (15) при отчитане на (24). На фиг. 2 е представена приземната концентрация ($z = 0$), $\widetilde{C} = C_1 h/Q = f(0, H/h, \tau)$ като функция на безразмерното време τ при инверсия с височина h и източници с различна височина. Независимо от височината на източника H при $\tau \to 2{,}5 - 3$, $C_1 \to Q/h$, т. е. концентрацията на примеса става постоянна с височината в целия инверсионен слой $(0 - h)$. Това нагледно се демонстрира на фиг. 3, където е показано вертикално сечение на $\widetilde{C}_1$ при височини на източника $H = 0{,}75h$ и $H = 0{,}25h$. Вижда се, че при $\tau \geq 2{,}5$ се постига пълно изравняване на концентрацията с височината.



Фиг. 2. Зависимост на безразмерната приземна ($z = 0$) концентрация $\widetilde{C}_1 = C_1 h/Q$ от безразмерното време $\tau = pU_* t/h$ при инверсия с височина h за източници с височина $\mu/h = 0$, 0,25, 0,5, 0,75

Да разгледаме сега някои Лагранжеви статистически характеристики на дифундиращия обем на примеса, като вертикалната координата на центъра на тежестта е

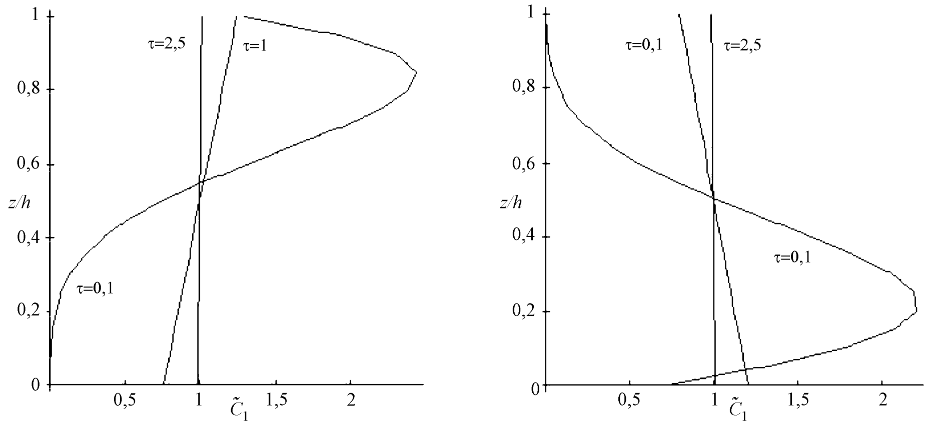
$$\bar{z} = \int_0^h z C_1 \,\mathrm{d}z \Big/ \int_0^\infty C_1 \,\mathrm{d}z$$

и централните моменти на вертикално разпределение на примеса

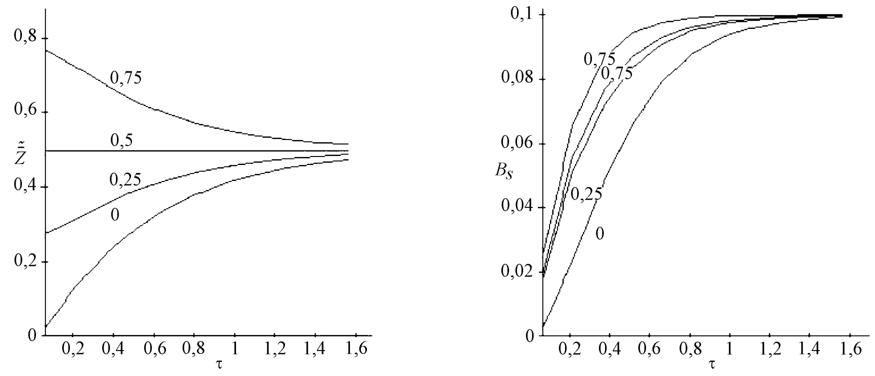
$$M_m(t) = \int_0^h (z - \bar{z})^m C_1 \,\mathrm{d}z \Big/ \int_0^\infty C_1 \,\mathrm{d}z,$$

където C_1 се задава чрез (8) и (15) при отчитане на (24). При $m = 2$, $M_{m=2} = \sigma_z^2(t)$ е вертикална дисперсия на примеса (σ_z е стандартно отклонение), при $m = 3$, $M_{m=3} = S_k(t)$ е момент, описващ асиметрията на вертикалното разпределение на примеса, а при $m = 4$, $M_{m=4}$ описва степента на уплътнение на това разпределение. На фиг. 4 са представени обезразмерените с височината на инверсията h величини $\widetilde{z} = \bar{z}/h$ и $B_z = \sigma_z/h$. Освен очакваното установяване на центъра на тежестта на облака на височина $h/2$ интересно е да се отбележи, че $\sigma_z(t)$ достига асимптота $\sigma_z \to 0,1h$ и остава постоянно при времена $\tau \geq 2$. Зависимостта на отношението $b_z = \sigma_z/\bar{z}$ от безразмерното време τ се проследява на фиг. 5.

Интересно е да се отбележи, че това отношение е значително по-малко от единица с асимптота (независимо от височината на източника H) $\sigma_z \sim 0{,}2\widetilde{z}$ при $\tau \geq 2{,}5$–3. Поведението на нормираните параметри $\widetilde{S}_k = S_k/\bar{z}^3$ и $\widetilde{K}_u = K_u/\bar{z}^4$ с времето τ е показано също на фиг. 5. При $H = 0{,}5h$, $\widetilde{S}_k = 0$,

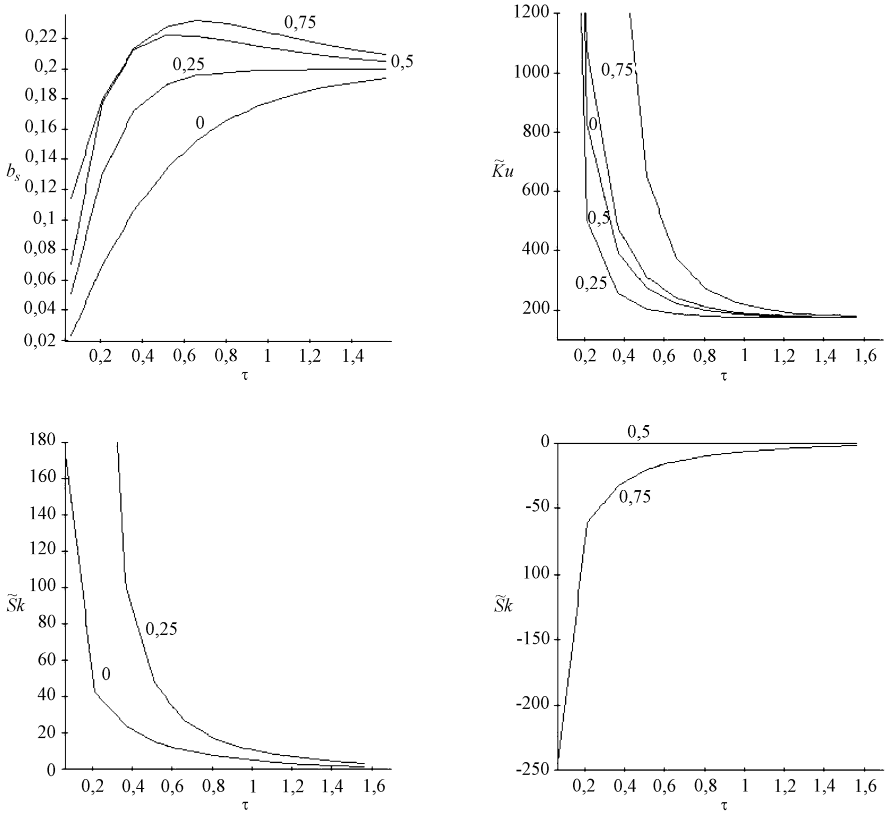


Фиг. 3. Зависимост на безразмерната концентрация $\widetilde{C}_1 = C_1 h/Q$ от безразмерната височина z/h при инверсия с височина h в три момента от време: ($\tau = pU_* t/h =$ 0,1; 1; 2,5) за висок $H = 0{,}75h$ (в ляво) и по-нисък: $H = 0{,}25h$ (в дясно) източник



Фиг. 4. Безразмерна вертикална координата $\tilde{\tilde{Z}}$ на оста на струята и безразмерно стандартно отклонение B_s по оста Oz в зависимост от безразмерното време τ за източници с височина $\mu/h =$ 0; 0,25; 0,5; 0,75 ($\tilde{\tilde{Z}} = \bar{z}/h$, $B_s = \sigma_z/h$)

което съответства на симетрично гаусово разпределение на концентрацията. При $H \neq 0{,}5h$, $\widetilde{S}_k \neq 0$, т. е. разпределението става несиметрично: при $H < 0{,}5h$, $\widetilde{S}_k > 0$, а при $H > 0{,}5h$, $\widetilde{S}_k < 0$.

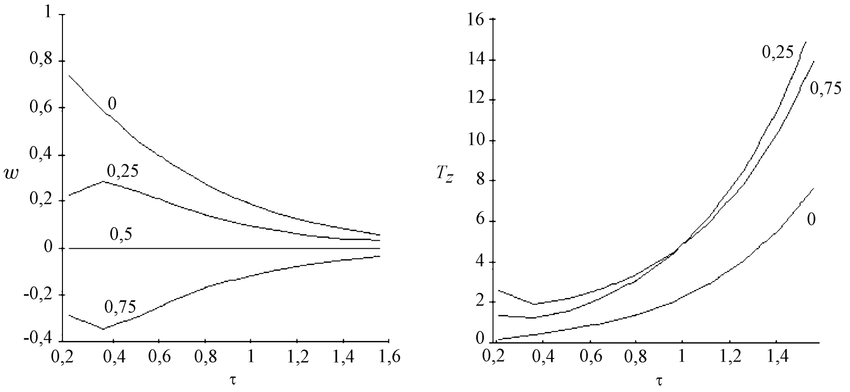


Фиг. 5. Нормирани централни статистически моменти на струята: стандартно отклонение по оста Oz Bs, коефициент на асиметрия $\widetilde{Sk}$, ексцес $\widetilde{Ku}$ като функция на безразмерното време τ, за източници с височина $\mu/h = 0$; 0,25; 0,5; 0,75
($b_s = \sigma_z/\widetilde{Z}$, $\widetilde{S}_k = S_k/\bar{Z}^3$,$\widetilde{K}_u = K_u/\bar{Z}^4$)

Изследвани са още величините $\bar{w} = \mathrm{d}\bar{z}/\,\mathrm{d}\tau$ и $T_z = \bar{z}/\bar{w}$, показани на фиг. 6. Лагранжевата вертикална скорост $\bar{w}(\tau)$ независимо от височината на източника клони към нула при $\tau \geq 2{,}5$. При $H > 0{,}5h$ тя е положителна, при $H < 0,5h$ е отрицателна, а при $H = 0,5h$ е нула за всяко τ.

В съответствие с (13)–(15) и (18)–(20) задачата, която възниква, е определяне на дифузионните характеристики като функции на параметрите Ro, S, Ro_i; Z_i, R_B, Ro_i или класовете на устойчивост A, B, C, D, E, F. За да се отчете влиянието на тези параметри (т. е. влиянието на метеорологичните фактори) върху поведението на характеристиките, е необходимо да се направи денормиране на величините.

В табл. 2 е дадено съответствието между безразмерното време τ и реалното време t. Това съответствие е намерено именно чрез денормировка, отчитаща



Фиг. 6. Безразмерна лагранжева вертикална скорост $w = \mathrm{d}\tilde{\bar{z}}/\mathrm{d}\tau$ и типичен времеви мащаб $T_z = \tilde{\bar{z}}/w$ за източници с височина $\mu/h = 0$; 0,25; 0,5; 0,75 като функции на τ

формули (23), (24) и водеща до явна зависимост от класовете на устойчивост A, B, C, D, E, F.

Като пример може да се разгледа денормирането на безразмерния момент $\tau = 3$, в който приблизително траекториите влизат в константен режим независимо от височината на източника. Реалното време, в което става това, вече зависи от класовете на устойчивост:

Таблица 2. Връзка между безразмерното време τ и реалното време t[s], в зависимост от класовете на устойчивост на Пасквил–Търнър

t / τ	A	B	C	D	E	F
0,06	51,51515	54,1958	56,81818	441,1765	2511,174	2897,196
0,21	180,303	189,6853	198,8636	1544,118	8789,11	10140,19
0,36	309,0909	325,1748	340,9091	2647,059	15067,05	17383,18
0,51	437,8788	460,6643	482,9545	3750	21344,98	24626,17
0,66	566,6667	596,1538	625	4852,941	27622,92	31869,16
0,81	695,4545	731,6434	767,0455	5955,882	33900,85	39112,15
0,96	824,2424	967,1329	909,0909	7058,824	40178,79	46355,14
1,11	953,0303	1002,622	1051,136	8161,765	46456,72	53598,13
1,26	1181,1818	1138,112	1193,182	9264,706	52734,66	60841,12
1,41	1210,606	1273,601	1335,227	10367,65	59012,6	68084,11
1,56	1339,394	1409,091	1477,273	11470,59	65290,53	75327,1
1,71	1468,182	1544,58	1619,318	12573,53	71568,47	82570,09
1,86	1596,97	1680,07	1761,364	13676,47	77846,4	89813,08
2,01	1725,758	1815,559	1903,409	14779,41	84124,34	97056,07
2,16	1854,545	1951,049	2045,455	15882,35	90402,28	104299,1
2,31	1983,333	2086,538	2187,5	16985,29	96680,21	111542,1
2,46	2112,121	2222,028	2329,545	18088,24	102958,1	118785
2,61	2112,121	2357,517	2471,591	19191,18	109236,1	126028
2,76	2369,697	2493,007	2613,636	20294,12	115514	133271
2,91	2498,485	2628,497	2755,682	21397,06	121792	140514
3,06	2627,273	2763,986	2897,727	22500	128069,9	147757

$$
\begin{aligned}
t &= 2627 \text{ s} && \text{за клас } A\\
t &= 2763 \text{ s} && \text{за клас } B\\
t &= 2897 \text{ s} && \text{за клас } C\\
t &= 22500 \text{ s} && \text{за клас } D\\
t &= 128070 \text{ s} && \text{за клас } E\\
t &= 147757 \text{ s} && \text{за клас } F
\end{aligned}
$$

Вижда се, че времето за влизане в константен режим нараства с нарастването на устойчивостта, което има ясен физичен смисъл.

ВЪРХУ ХАРАКТЕРИСТИКИТЕ НА ХОРИЗОНТАЛНА ТУРБУЛЕНТНА ДИФУЗИЯ

По-горе основно внимание бе отделено на изследване на вертикалната турбулентна дифузия в рамките на постановка (3–6). Тази задача може да бъде решена числено (при различни модели за K_z) или аналитично, както бе направено по-горе. И в двата случая крайният резултат е определяне на концентрацията c_1. За определяне на тоталната концентрация c трябва да се използва формула (1), в която се съдържа компонентата c_2, описваща хоризонталната дифузия. Тя съдържа следните основни параметри:

$$\bar{X}(t), \bar{Y}(t), \sigma_x(t), \sigma_y(t). \tag{26}$$

Един сравнително прост подход за тяхното определяне, изложен в раздел 2, включва решаване на Лагранжевите уравнения (9) за $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ и използване на проста асимптотична формула на Тейлър за дисперсиите при големи времена: $\sigma_x \approx \sigma_y = \sigma \approx \sqrt{2K_z t}$, където K е хоризонтален коефициент на дифузия.

Тук ще дадем една по-прецизна постановка на тази задача, като се базираме на метода на статистическите моменти на концентрацията [7, 8].

За целта трябва да се реши следната система уравнения за моментите c_{mn} от втори ред:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial c_{10}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial c_{10}}{\partial z}) + u c_1\\
\frac{\partial c_{20}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial c_{20}}{\partial z}) + 2K_x c_1 + 2u c_{10}\\
\frac{\partial c_{01}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial c_{01}}{\partial z}) + \nu c_1\\
\frac{\partial c_{02}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial c_{02}}{\partial z}) + 2K_y c_1 + 2\nu c_{01}
\end{aligned} \tag{27}
$$

при гранични условия

$$K_z \frac{\partial c_{mn}}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0,\, h, \tag{28}$$

където K_x и K_y са коефициенти на хоризонтален турбулентен обмен. Търсените величини $\bar{X}$, $\bar{Y}$, σ_x, σ_y се изразяват във вида

$$\bar{X} = \frac{c_{10}}{c_1},\, \bar{Y} = \frac{c_{01}}{c_1},\, \sigma_x = \sqrt{\frac{c_{20}}{c_1} - \bar{X}^2},\, \sigma_y = \sqrt{\frac{c_{02}}{c_1} - \bar{Y}^2} \tag{29}$$

При зададени профили на $u(z)$ и $\nu(z)$ (получени въз основа на ПГС модел) за затваряне на задачата е необходимо определяне вида на K_x и K_y. Това е една сложна и не докрай решена задача, тъй като K_x и K_y отразяват влиянието на различни по размер турбулентни вихри, формиращи хоризонталните обменни процеси. Тук ще предложим някои схеми за тяхното определяне.

В първо и най-грубо приближение може да се приеме

$$K_x \approx K_y = K = \text{const}. \tag{30}$$

Едно следващо приближение е да се свържат K_x и K_y с коефициента на вертикален турбулентен обмен K_z:

$$K_x = P_x K_z,\, K_y = P_y K_z, \tag{31}$$

където P_x и P_y са безразмерни константи от порядък 5–10. За да се избегне рязкото намаление на K_x и K_y с височината (понеже K_z бързо намалява с височината в горната част на ПГС) е целесъобразно (31) да се модифицират във вида

$$K_x = P'_x K_{z\ \max},\, K_y = P'_y K_{z\ \max}, \tag{32}$$

където P'_x, P'_y са константи от същия порядък, $K_{z\ \max}$ е максималната стойност на K_z с изменение на височината.

Една още по-прецизна и сложна връзка на K_x, K_y с K_z и градиентите на скоростта $\mathrm{d}u/\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}\nu/\mathrm{d}z$ и на потенциалната температура $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}z$ в ПГС се дава в [13] чрез ПГС модел за затваряне от втори порядък.

За всички тези подходи е характерно, че те подценяват ефекта на усилване на хоризонталния обмен с нарастване хоризонталните размери на вихрите. В значителна степен този ефект се отчита, ако се използват известните съотношения на Тейлър (отнасящи се строго за еднородна турбулентност)

$$K_y = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\sigma_y^2}{\mathrm{d}t}, \quad K_x = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\sigma_x^2}{\mathrm{d}t}. \tag{33}$$

Отчитайки (29), въз основа на (33) намираме

$$K_y = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{c}\frac{\mathrm{d}c_{02}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{c_1^2}\frac{\mathrm{d}c_1}{\mathrm{d}t}c_{02} - 2Y\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right], \tag{34}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{c_1}\frac{\mathrm{d}c_{01}}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{c_1^2}\frac{\mathrm{d}c_1}{\mathrm{d}t}c_{01} \tag{35}$$

и аналогични изрази за K_x.

Като заместим (29) и (35) в (34), изразяваме K_y чрез неизвестните величини c_{01} и c_{02} (ще напомним, че c_1 се счита за известна величина от решение на задачата за вертикалната дифузия).

Аналогично K_x се изразява чрез c_{10} и c_{20}. Заместваме така получените изрази в (27) и получаваме система от четири уравнения за четирите неизвестни c_{10}, c_{20}, c_{01}, c_{02}, с което задачата е затворена.

В рамките на изложената постановка тоталната концентрация на примеса c се определя по следната схема: въз основа на решение на система (27) (28), при използване на някои от подходите за изразяване на K_x, K_y ((30–32) или (33–35)) се определят моментите c_{10}, c_{20}, c_{01}, c_{02}. Въз основа на (29) се определят $\bar{X}$, $\bar{Y}$, σ_x, σ_y, чрез (2) – c_2 и чрез (1) – c.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Чрез подходяща модификация на формула (7) за K_z е определен параметърът P (формула (24)) за конвективни и устойчиви условия в ПГС. Това позволява да се разшири приложимостта на решение (8) и за тези случаи. Използвана е подходяща параметризация (18), (19) на ПГС при споменатите условия чрез закони на съпротивление или чрез класове на устойчивост на Пасквил–Търнър (табл. 1). Така чрез проста процедура на денормиране е възможно да се изучи влиянието на изброените фактори върху широк кръг характеристики на вертикалната дифузия. Относно характеристиките на хоризонтална дифузия освен по-простия подход (9) е обсъдена и възможност за използване на метода на статистическите моменти за тяхното определяне. В този смисъл се очертават и някои бъдещи задачи. Като основна от тях може да се посочи по-нататъшното развитие на проблема в рамките на числено решение на общата постановка (1–6), (27), (28), (33–35) и за по-сложни от разгледаните метеорологични условия в ПГС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин, А., А. Яглом. Статистическая хидромеханика I, М. Наука, 1965.
2. Берлянд, М. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы, Л. Гидрометиздат, 1975.
3. Syrakov, E. P. *WMO*, **N538**, 1979, 315.
4. Huang, H. *Atm. Env.* **13**, 1979, 156.
5. Nieuwstadt, F. *Atm. Env.*, **14**, 1981, 1361.
6. Сираков, Е. Процеси на термична конвекция, динамика, параметризация и дифузия при различни мащаби в атмосферата с приложение към опазване на природната среда (Дисерт. д.ф.н.) СУ, 1990.
7. Syrakov, E., K. Ganev. *Proc. Conf. n HADMRP.* S., 2002, 232.

8. Csanady, G. *J. of Atm. Sci.*, **24**, 1967, 467.
9. Сираков, Е., В. Шептоева. *Ann. de l'Univ. de Sof. Fac. de Phys.*, **90**, 2000, 125.
10. Сираков, Е., М. Стефанова. *Ann. de l'Univ. de Sof. Fac. de Phys.*, **94**, 2001, 15.
11. Sorbjan, Z. *BLM*, **34**, 1986, 377.
12. Freeman, B. *J. of Atm. Sci.*, 1977, 397.

Постъпила април 2003

Евгени Сираков, Йорданка Михайлова
Софийски Университет „Св. Климент Охридски“
Физически факултет
Катедра „Метеорология и геофизика“
Бул. „Джеймс Баучър“ 5
1164 София, България
E-mail: esyrakov@phys.uni-sofia.bg
E-mail: yordanka@phys.uni-sofia.bg