Annuaire de l'Université de Sofia "St. Kliment Ohridski", Faculté de Physique, 97, 2004

ВЪРХУ СТРУКТУРАТА НА СИНОПТИЧНИТЕ ВЕРТИКАЛНИ ДВИЖЕНИЯ, ИНДУЦИРАНИ ОТ СЪВМЕСТНОТО ВЛИЯНИЕ НА ОРОГРАФСКО-ТЕРМИЧНИТЕ НЕЕДНОРОДНОСТИ, БАРОКЛИННОСТТА И ПРИЗЕМНОТО ТРИЕНЕ В ПЛАНЕТАРНИЯ ГРАНИЧЕН СЛОЙ

ЕВГЕНИ СИРАКОВ, СИЛВИЯ ПЕТРОВА*

Катедра "Метеорология и геофизика"

**Национален институт по метеорология и хидрология, БАН*

Евгени Сираков, Силвия Петрова. ВЪРХУ СТРУКТУРАТА НА СИНОПТИЧНИТЕ ВЕРТИКАЛНИ ДВИЖЕНИЯ, ИНДУЦИРАНИ ОТ СЪВМЕСТНОТО ВЛИЯНИЕ НА ОРОГРАФСКО-ТЕРМИЧНИТЕ НЕЕДНОРОДНОСТИ, БАРОКЛИННОСТТА И ПРИЗЕМНОТО ТРИЕНЕ В ПЛАНЕТАРНИЯ ГРАНИЧЕН СЛОЙ

Изследва се ролята на орографско-термичните нееднородности, бароклинността и приземното триене във формиране на вертикалната скорост на горната граница на ПГС в синоптични мащаби. Намерени са онези техни съчетания, при които се получават оптимални условия за цикло- и антициклогенез. Анализът е проведен както в общ методически аспект, така и за някои конкретни случаи на задаване формата на орографията.

Evgeni Syrakov, Sylvia Petrova. ON THE STRUCTURE OF THE SYNOPTIC VERTICAL MOTIONS, INDUCED BY THE JOINT EFFECT OF OROGRAPHIC-THERMAL HETEROGENEITIES, BAROCLINITY AND THE SURFACE FRICTION IN THE PLANETARY BOUNDARY LAYER

In the present work is analyzed the contribution of the effects of the topography-thermal heterogeneities, surface friction and baroclinity on formation of the synoptic vertical velocity at the top of PBL (Planetary Boundary Layer). There are determined combinations between them, that are most favorable for cyclo- and anticyclogenesys. The study was conducted in common general aspect as well for some concrete cases of a given shape of the orography.

Keywords: induced vertical velocity, orographic-thermal heterogeneities, surface friction, baroclinity, circumfluence of elevations.

PACS number: 92.10.Lq

1. УВОД

Основна характеристика на взаимодействието между планетарния граничен слой (ПГС) и свободната атмосфера се явява вертикалната скорост w_h на горната му граница H. В общия случай w_h се формира в резултат на съвместното влияние на орографията $z_0\,(x,y)$, термичните хоризонтални нееднородности $\theta_H - \theta_0 = \delta\theta\,(x,y)$ ($\delta\theta$-топография), триенето и бароклинните ефекти:

$$w_H = w_I + c\Omega_{g0} + \Delta w, \quad \Delta w = \Delta w_{or} + \Delta w_T + \Delta w_{BK}, \tag{1}$$

където

$$\Delta w_{or} = a(\vec{\nabla} z_0 \cdot \vec{c}_{g0}) + b(\vec{\nabla} z_0 \times \vec{c}_{g0})_3 - dG_0^2 \nabla^2 z_0 - e(u_{g0}^2 - v_{g0}^2)\partial^2 z_0 \frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y}, \tag{2}$$

$$w_T = a_1 \left(\vec{\nabla}\delta\theta \cdot \vec{c}_{g0}\right) + b_1 \left(\vec{\nabla}\delta\theta \times \vec{c}_{g0}\right)_3 - d_1 G_0^2 \nabla^2 \delta\theta - e_1 \frac{\partial^2 \delta\theta}{\partial x \partial y}\left(u_{g0}^2 - v_{go}^2\right), \tag{3}$$

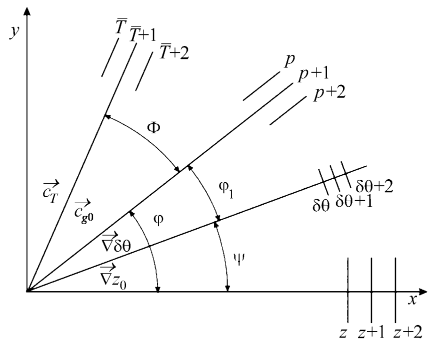
$$w_{BK} = -f_1 \left(u_{g0}\frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + v_{g0}\frac{\partial \overline{T}}{\partial y}\right) \equiv -f_1 \left(\vec{\nabla} T \cdot \vec{c}_{g0}\right). \tag{4}$$

Тук $\vec{c}_{g0} = (u_{g0}, v_{g0})$ и G_0 е модул на вектора на приземния геострофен вятър, $c = \sqrt{2k/f}$, $k = k\,[z_0\,(x,y)]$ е осреднен по височината коефициент на вертикален турбулентен обмен, $\Omega_g = \dfrac{\partial v_{g0}}{\partial x} - \dfrac{\partial u_{g0}}{\partial y}$ е геострофен вихър, $w_I = u_{g0}\dfrac{\partial z_0}{\partial x} + v_{g0}\dfrac{\partial z_0}{\partial y}$ е вертикална скорост при идеално обтичане на $z_0\,(x,y)$, $f_1 = \left(\pi/\bar{T}\right) c$, $\bar{T}$ е осреднена по височината температура в ПГС; a, b, d, e, a_1, b_1, d_1, e_1 са тегловни коефициенти.

Формула (2), отчитаща орографските ефекти е дадена в [1–3]. Формули (3) и (4), отчитащи допълнителните ефекти, свързани съответно с хоризонталните термични нееднородности и бароклинността са получени в [4–6].

Разкривайки скаларните и векторните произведения, фигуриращи в (2–4) (вж. фиг. 1), след редица преобразувания в [7] е получен следния удобен за анализи вид на w_h:

$$\begin{aligned} w_h = c\Omega_g + G_0 \nabla z_0\,(1+a) \Bigg\{ \cos\varphi \left[1 + \frac{\tilde{a}_1}{1+a} E \left(\cos\psi + \frac{b_1}{a_1}\sin\psi\right)\right] + \\ + \frac{b}{1+a}\sin\varphi \left[1 + \frac{\tilde{b}_1}{b} E \left(\cos\psi + \frac{a_1}{b_1}\sin\psi\right)\right]\Bigg\} - \\ - AcG_0 \Lambda \sin\varphi - dG_0^2 \left[\nabla^2 z_0 + \frac{d_1}{d}\nabla^2 \delta\theta\right] - e\left(u_{g0}^2 + v_{g0}^2\right)\left[\frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y} + \frac{e_1}{e}\frac{\partial^2 \delta\theta}{\partial x \partial y}\right], \end{aligned} \tag{5}$$



Фиг. 1. Схема на взаимното разположение на някои основни параметри

където φ е ъгълът между $\vec{\nabla} z_0$ и $\vec{c}_{g0}$ (ъгъл на обтичане на орографията), φ_1 – ъгълът между $\vec{\nabla}\delta\theta$ и $\vec{c}_{g0}$, $\psi = \varphi - \varphi_1$ (характеризиращ взаимното разположение на орографските и термични нееднородности), Φ – ъгълът между векторите $\vec{c}_{g0}$ и термичния вятър $\vec{c}_T$ (характеризира геострофната адвекция на топлина или студ); $\vec{\Lambda} = (\Lambda_x, \Lambda_y)$, $\Lambda_x = \left(\chi^2/f\right) \mathrm{d}u_g/\mathrm{d}z \equiv \Lambda\cos\Phi$, $\Lambda_y = \left(\chi^2/f\right) \mathrm{d}v_g/\mathrm{d}z = \Lambda\sin\Phi$ са безразмерни външни параметри на бароклинност, $\Lambda = \left|\vec{\Lambda}\right| = \left[\Lambda_x^2 + \Lambda_y^2\right]^{1/2}$, $A = \pi f^2/\chi g$, $\chi = 0,4$ – константа на фон Карман, $\tilde{a}_1 = a_1 f^2/\beta$, $\tilde{b}_1 = b_1 f^2/\beta$, $\beta = g/\bar{T}$ – параметър на конвекция, E е безразмерен параметър:

$$E = \frac{\beta\nabla\delta\theta}{f^2\nabla z_0}, \tag{6}$$

характеризиращ относителния принос на термичните и орографските нееднородности в стратифицирана, въртяща се атмосфера, във формиране на w_H, $\nabla\delta\theta = \left(\frac{\partial\delta\theta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\delta\theta}{\partial y}\right)^2$, $\nabla z_0 = \left(\frac{\partial z_0}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_0}{\partial y}\right)^2$, $\nabla^2\delta\theta$ и $\nabla^2 z_0$ – лапласиани на $\delta\theta\,(x,y)$ и $z_0\,(x,y)$.

Да анализираме накратко формула (5). Първият член $c\Omega_g \equiv c\frac{1}{\rho}\nabla^2 p$ при циклонична кривина на изобарите ($\nabla^2 p > 0$) описва положителен геострофен вихър и вертикална скорост, а при антициклонична кривина ($\nabla^2 p < 0$) – отрицателни такива. Той дава синоптичния фон, на който се проявява влиянието на орографско-термичните нееднородности върху w_H, които представляват основен интерес на изследване в настоящата работа. Тези ефекти в линейно приближение ($d = e = 0$) се описват от втория член в (5). Бароклинните ефекти се описват чрез третия член. Последните два члена в (5) отразяват влиянието на формата на $\delta\theta\,(x,y)$ и $z_0\,(x,y)$ (лапласианите $\nabla^2\delta\theta$, $\nabla^2 z_0$) и тяхната кривина ($\partial^2 z_0/\partial x\partial y$, $\partial^2\delta\theta/\partial x\partial y$). Те съответстват на нелинейно приближение и се получават с итеративна процедура при отчитане на нелинейните адвективни членове, взети в нулево приближение (вж. [1]).

Зависимостта на тегловните коефициенти a, b, d, e; a_1, b_1, d_1, e_1 от орографско-термичните и бароклинни параметри е определена в [6, 8] и тествана в числени експерименти за прогноза на времето [9–11]. За простота тук ще използваме техни типични средни стойности

$$a = b = 1, \quad d = 10^4, \quad e = (5/2)\,d, \quad a_1 = b_1 = -250 \text{ m/deg}, \tag{7}$$

$$d_1 = -7.10^6 \text{ m/deg}, \qquad e_1 = 5/2 d_1 \tag{8}$$

при всички проведени по-долу пресмятания.

2. МЕТОД

Съгласно формулата на Марчук [12], тенденцията на геопотенциала $\partial\Phi/\partial t$ за дадена изобарна повърхност S_p се изразява във вида

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \iint\limits_{S_p} M_W w_h \mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{9}$$

Отчитайки, че положителната функция на влияние M_W е бързо намаляваща по хоризонталните координати, с достатъчна точност можем да смятаме, че

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = c_0 w_H, \qquad c_0 = 0{,}3. \tag{10}$$

За w_H ще използваме въведената по-горе формула (5). От (10) следва, че при $\partial\Phi/\partial t > 0$ се реализира антициклогенез ($w_H > 0$), а при $\partial\Phi/\partial t < 0$ – циклогенез ($w_H < 0$). Типът на съответния генез се обуславя от сумарния ефект на описаните от (5) ефекти.

Съгласно (5) при зададени тегловни коефициенти (7) и (8) w_H зависи от следните основни параметри:

$$w_h = w_h \left(\varphi, \psi, \Phi, E; \nabla^2 z_0, \frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y}; \nabla^2 \delta\theta, \frac{\partial^2 \delta\theta}{\partial x \partial y} \right). \tag{11}$$

Тук φ е ъгъл на обтичане на орографията, ψ – на взаимно разположение на орографските и термичните нееднородности, ъгъл Φ характеризира адвекцията на топлина или студ (вж. фиг. 1), E се задава чрез (6).

Тези четири основни параметъра характеризират задачата в линейно приближение. Останалите четири параметъра в (10) описват формата на $(z_0 - \delta\theta)$ топографията в рамките на нелинейно приближение.

В съответствие с (10) възниква важната задача за установяване приноса на различните изброени ефекти, области и критерии за взаимното им усилване (компенсиране), достигане на максимални (минимални) техни стойности и т. н. Следвайки подхода, развит в [7], тук ще дадем едно по-детайлно изследване на тези ефекти в зависимост от първите четири параметъра в (11). При варииране на ъглите φ, ψ и Φ в интервала 0–360° може да се разкрие практически целият диапазон от режими на влияние на орографско-термичните фактори върху синоптичните процеси.

Отчитайки редица оценки в това отношение, дадени в [7], тук ще представим едно по-нататъшно развитие и детайлизиране на този важен от теоретична и практическа гледна точка въпрос. Отначало ще проведем общ анализ на тези ефекти при баротропни условия, след това ще отчетем бароклинността. Накрая ще приложим някои от тези резултати при конкретно задаване вида на орографията $z_0\,(x, y)$.

3. ОРОГРАФСКО-ТЕРМИЧНИ ЕФЕКТИ

Ще започнем изследване на тези ефекти при баротропни условия ($\Lambda = 0$) в чист вид (при $\Omega_{g0} = 0$) при линейно приближение ($d = \;=0$), когато от (5) следва:

$$\tilde{w}_h = \cos\varphi\left[1 + \frac{\tilde{a}_1}{1+a}E\left(\cos\psi + \frac{a_1}{b_1}\sin\psi\right)\right] + \\ \frac{b}{1+a}\sin\varphi\left[1 + \frac{\tilde{b}_1}{b}E\left(\cos\psi - \frac{a_1}{b_1}\sin\psi\right)\right] \qquad (12)$$

където $\tilde{w}_h = w_h/G_0\nabla z_0\,(1+a)$ е обезразмерената вертикална скорост. При фиксирани стойности на тегловните коефициенти и параметъра $E \quad w_H$ зависи от двата ъгъла Φ и ψ. В [7] е показано, че условието за екстремум на w_H относно ψ се реализира при $\psi = 180°$ и има вида

$$\tilde{w}_h\,(\psi = 180°) = \left(1 - \frac{\tilde{a}_1}{1+a}E\right)\cos\varphi + \frac{b}{1+a}\left(1 - \frac{\tilde{b}_1}{b}E\right)\sin\varphi. \qquad (13)$$

От условието за екстремум на $\tilde{w}_h$ относно другия ъгъл φ ($\partial\tilde{w}_h\,(\varphi)/\partial\varphi = 0$), следва:

$$\varphi = \varphi_E^k = \operatorname{arctg}\frac{b}{1+a}\,\frac{1 - \dfrac{\tilde{b}_1}{b}E}{1 - \dfrac{\tilde{a}_1}{1+a}E} + k\pi, \quad k = 0, 1. \qquad (14)$$

Поставяйки (14) в (13) определяме абсолютния екстремум на w_H (едновременно относно φ и ψ):

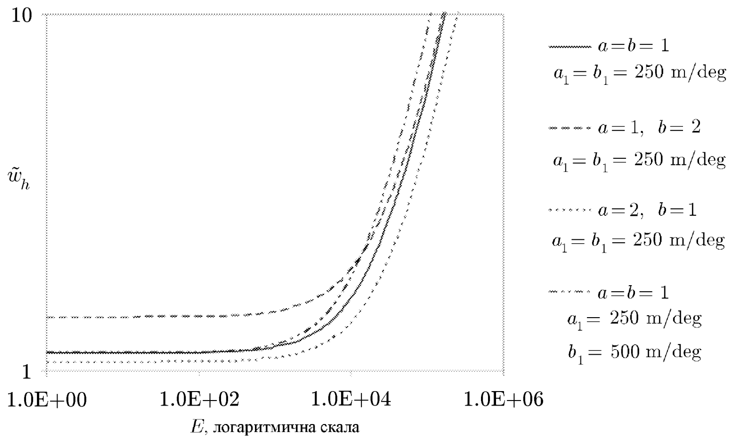
$$\tilde{w}_{hE} = \pm\sqrt{\left(1 - \frac{\tilde{a}_1}{1+a}E\right)^2 + \left(\frac{b}{1+a}\right)^2\left(1 - \frac{\tilde{b}_1}{b}E\right)^2}, \qquad (15)$$

където "+" съответства на абсолютния максимум (положителен), а "−" на абсолютния минимум (отрицателен) на w_H.

Интерес представлява също случаят, при който сумарната индуцирана вертикална скорост w_H се анулира, т. е. орографските и термичните фактори взаимно се компенсират (блокират). Ъгълът на обтичане φ_0^k, при който става това, се получава от (12) въз основа на условието $w_H = 0$ [7]:

$$\varphi_0^k = -\operatorname{arctg}\frac{1 + \dfrac{\tilde{a}_1}{1+a}E\left(\cos\psi + \dfrac{b_1}{a_1}\sin\psi\right)}{\dfrac{b}{1+a}\sin\varphi\left[1 + \dfrac{\tilde{b}_1}{b}E\left(\cos\psi - \dfrac{a_1}{b_1}\sin\psi\right)\right]} + k\pi, \qquad k = 1, 2 \quad (16)$$

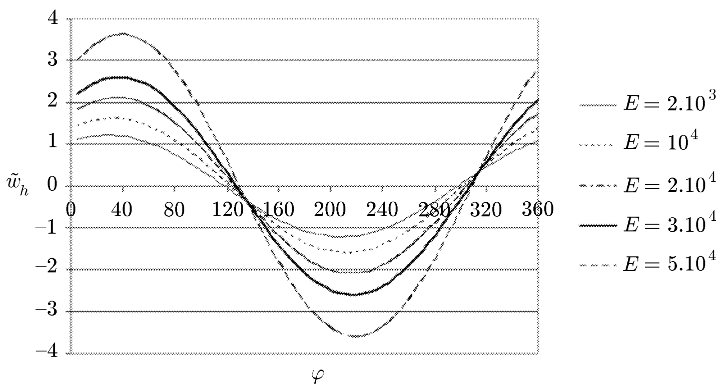
и е функция на другия ъгъл ψ.



Фиг. 2. Зависимост на зададената чрез (15) вертикална скорост $\tilde{w}_h$ от параметъра E при различни стойности на тегловните коефициенти a, a_1, b, b_1

Нека анализираме изложените резултати. На фиг. 2 е представена зависимостта $\tilde{w}_{hE} = \tilde{w}_{hE}(E)$, дадена чрез (15). Вижда се, че параметърът варира в широки граници. Възниква въпросът за определяне на типичната стойност на този параметър, при която влиянието на орографските и термичните фактори е съпоставимо. При $E \to 0$ се получава асимптота на общата формула (12), описваща само орографските ефекти. При $E \to \infty$ получаваме съответната асимптота на (12), описваща ефектите, породени от термичните хоризонтални нееднородности. На практика, както следва от теоретичния анализ и фиг. 2, асимптота $E \to \infty$ се реализира при $E > 10^6$. От слепването на двете асимптоти се получава типичната стойност на E: $E = 2.10^4$ (което лесно се констатира от фиг. 2), за която орографските и термичните ефекти са съпоставими.

На същата фигура се дава и фамилия от криви при варииране на тегловните коефициенти около типичните им стойности в реални граници на тяхната изменчивост. Вижда се, че вариациите на параметъра E в съответните точки на преход между двете асимптоти не са големи. Поради това в по-голямата част от графичните представяния (с изключение на случаите, в които това изрично е посочено) се използва типичното значение $E = 2.10^4$ за изследване на съвместните орографско-термични ефекти.



Фиг. 3. Зависимост на зададената чрез (13) вертикална скорост $\tilde{w}_h$ от ъгъла на обтичане на орографията φ при различни стойности на параметъра E

На фиг. 3 е представена зависимостта на екстремната относно ъгъл вертикална скорост (13): $\tilde{w}_h$ ($\psi = 180°$), от другия ъгъл (на обтичане на орографията φ). Вижда се, че вариациите на оказват по-малко влияние върху ъглите φ, при които се постигат екстремуми или анулиране на $\tilde{w}_h$ в сравнение с влиянието им върху нейната амплитуда (големина).

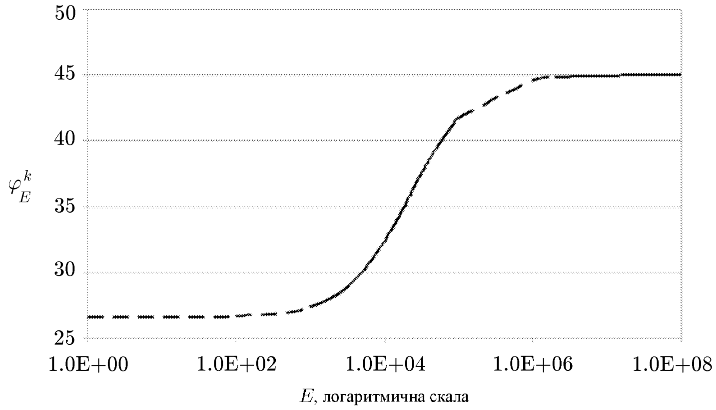
Ще разгледаме формула (14), изразяваща онези ъгли φ_0^k, при които се постигат екстремални стойности на $\tilde{w}_h$. Тази зависимост е представена на фиг. 4. От нея можем да определим стойностите на ъгъла φ, при които се получават тези екстремуми за $\tilde{w}_h$ (двойки ъгли при k =1 и $k = 2$, отместени на 180°):

• при отчитане само на орографските фактори ($E \to 0$):

$$\varphi_E^1 = 27°,\ \varphi_E^2 = 207° \tag{17}$$

• при влияние само на термичните фактори ($E \to \infty$ т.е. $E > 10^6$):

$$\varphi_E^1 = 45°,\ \varphi_E^2 = 225° \tag{18}$$

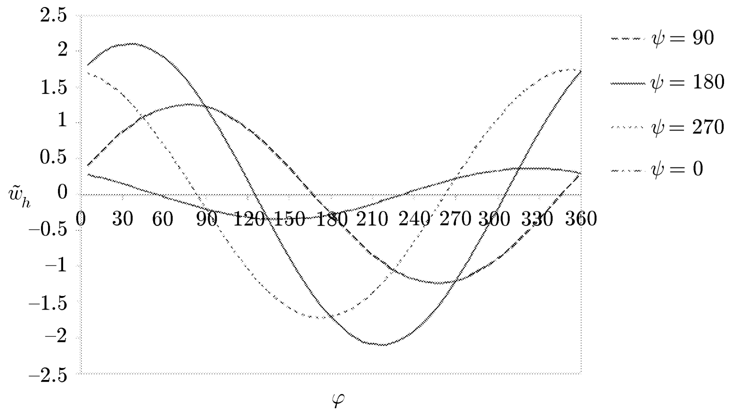


Фиг. 4. Зависимост на екстремния ъгъл φ_E^k $(k = 1)$ от параметъра E

• при съпоставимо съвместно влияние на орографските и термичните фактори $(E = 2.10^4)$:

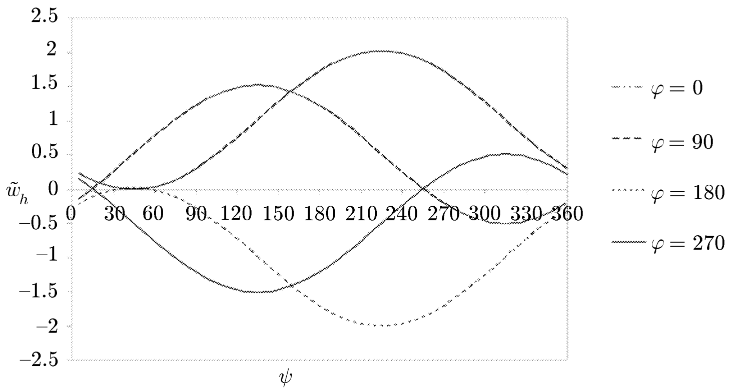
$$\varphi_E^1 = 35°,\ \varphi_E^2 = 215° \tag{19}$$

Сега ще изследваме зависимостта на $\tilde{w}_h$ от (12) (при $\Lambda = B = 0$) от двата ъгъла и ψ: $\tilde{w}_h = w_{h\psi}(\varphi)$, показана на фиг. 5, $\tilde{w}_h = w_{h\varphi}(\psi)$ – на фиг. 6. В потвърждение на казаното по-горе от фиг. 5 се вижда, че най-голяма амплитуда и съответни екстремни стойности на $\tilde{w}_h$ се получават при $\psi = 180°$. В противовес на това при $\psi = 0°$ амплитудата на $\tilde{w}_h$ е минимална.



Фиг. 5. Зависимост на $\tilde{w}_h$ от (12) от ъгъла на обтичане φ при различни стойности на ψ

На фиг. 6 е представена зависимостта на $\tilde{w}_h$ от ъгъла ψ при различни фиксирани ъгли на обтичане φ: $\varphi = 0°,\ 90°,\ 180°,\ 270°$. За останалите два ъгъла на обтичане амплитудите на $\tilde{w}_h$ са по-малки и отместени на $90°$.



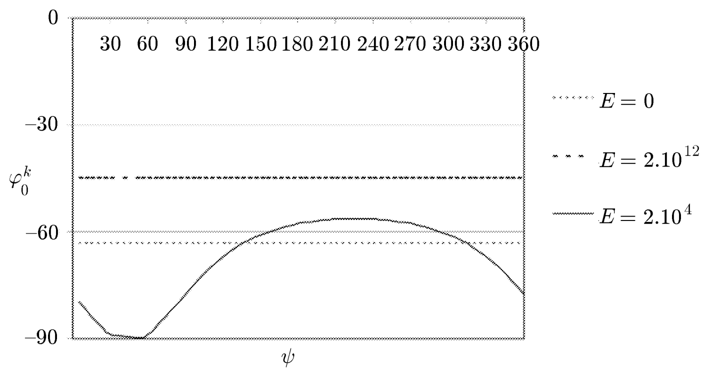
Фиг. 6. Зависимост на $\tilde{w}_h$ от (12) от ъгъла ψ (определящ взаимното разположение на орографските и термични нееднородности) при различни стойности на φ

Да преминем към оценка на ъгли на обтичане φ, при които $\tilde{w}_h$ се анулира, т. е. орографските и термичните фактори взаимно се компенсират. Те се дават с формула (16). Тази зависимост е показана на фиг. 7. За разлика от случая на чисто орографски фактори ($E \to 0$), когато за ъгли φ_0^k се получава

$$\varphi_0^1 = 117^\circ,\ \varphi_0^2 = 297^\circ \tag{20}$$

и при чисто термични фактори:

$$\varphi_0^1 = 135^\circ,\ \varphi_0^2 = 315^\circ \tag{21}$$



Фиг. 7. Ъгли φ_0^k ($k = 0$) на анулиране на вертикалната скорост $\tilde{w}_h = 0$: при чисто орографско препятствие ($E = 0$), при чисто термично препятствие ($E = 10^{12}$), при съвместно влияние на орографско-термичните фактори ($E = 10^4$) – двойките ъгли (φ_0^k, ψ), лежащи върху участъка на кривата линия, ограничена от правите линии $E = 0$ и $E = 10^{12}$

то при отчитане на съвместното влияние на орографските и термичните нееднородности ($E = 10^4$), задачата за анулиране на $\tilde{w}_h$ значително се усложнява. В този случай съществува съвкупност от двойки ъгли φ и ψ, които могат да бъдат получени от показаната крива на фиг. 7. попадаща между правите линии, съответстващи на $E = 0$ и $E = 10^{12}$. Резултатите са сумирани в табл. 1.

Таблица 1. Ъгли на обтичане φ_0^k и φ_E^k, при които съответно вертикалната скорост достига екстремни стойности (максимум (> 0), минимум (< 0)) или се анулира

Режими на влияние	Орографски фактори	Съпоставимо съвместно влияние	Термични фактори
Ъгли на обтичане	$E \to 0$	$E = 2.10^4$	$E \to \infty$
φ_E^1	27°	35°	45°
φ_E^2	207°	215°	225°
φ_0^1	117°	комб. ψ, φ	135°
φ_0^2	297°	комб. ψ, φ	315°

4. БАРОКЛИННИ ЕФЕКТИ

При отчитане на бароклинните ефекти ($\Lambda \neq 0$), формула (12) се заменя с по-общата такава

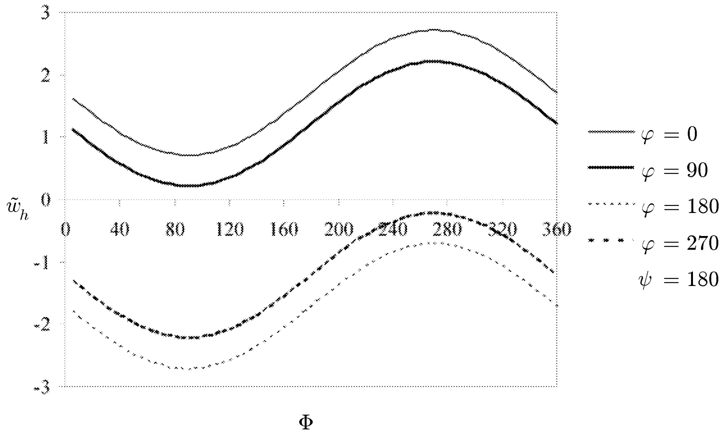
$$\begin{aligned}\tilde{w}_h = \cos\ \varphi \left[1 + \frac{\tilde{a}_1}{1+a} E \left(\cos\ \psi + \frac{a_1}{b_1} \sin\ \psi\right)\right] + \\ + \frac{b}{1+a} \sin\ \varphi \left[1 + \frac{\tilde{b}_1}{b} E \left(\cos\ \psi - \frac{a_1}{b_1} \sin\ \psi\right)\right] - B \sin \Phi,\end{aligned} \tag{22}$$

където

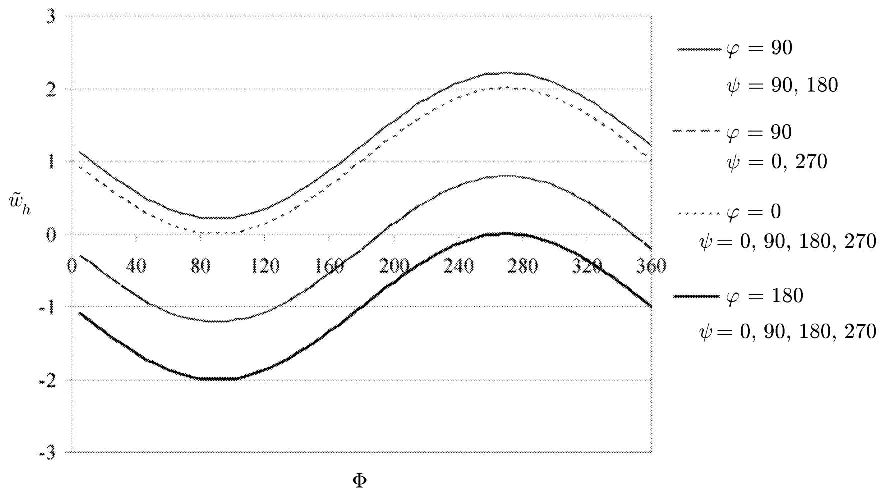
$$B = \frac{Ac\Lambda}{\nabla z_0 \, (1+a)} \tag{23}$$

е нов безразмерен параметър, характеризиращ приноса на бароклинните ефекти спрямо орографските във формирането на $\tilde{w}_h$.

Нека имаме общия случай на бароклинен ПГС ($B \neq 0$, при типична стойност $B = 1$), когато формула (22) зависи едновременно от трите ъгъла φ, ψ и Φ. За да се изследва пълното влияние на геострофната адвекция на топлина $\Phi = [180°,\ 360°]$ и студ $\Phi = [0°, 180°]$ (ще отбележим, че при $\Phi = 0$, 180, 360° адвекцията е нулева) са построени две фамилии криви $\tilde{w}_h = w_{h\varphi}\,(\Phi)$ и $\tilde{w}_h = w_{h\psi}\,(\Phi)$. На фиг. 8 е показана първата при следните фиксирани стойности на ъгъла на обтичане φ: $\varphi = 0°$, 90°, 180°, 270° при $\psi = 180°$(съответстващ на екстремни стойности на $\tilde{w}_h$). Вижда се, че при ъгли на обтичане $\varphi = 0°$, 90° се индуцират положителни вертикални скорости, а при ъгли $\varphi = 180°,\ 270°$ – отрицателни за целия диапазон на изменение на ъгъла$\Phi = [0°, 360°]$, което е резултат на съвместното действие на хоризонталните орографско-термични нееднородности и бароклинността.



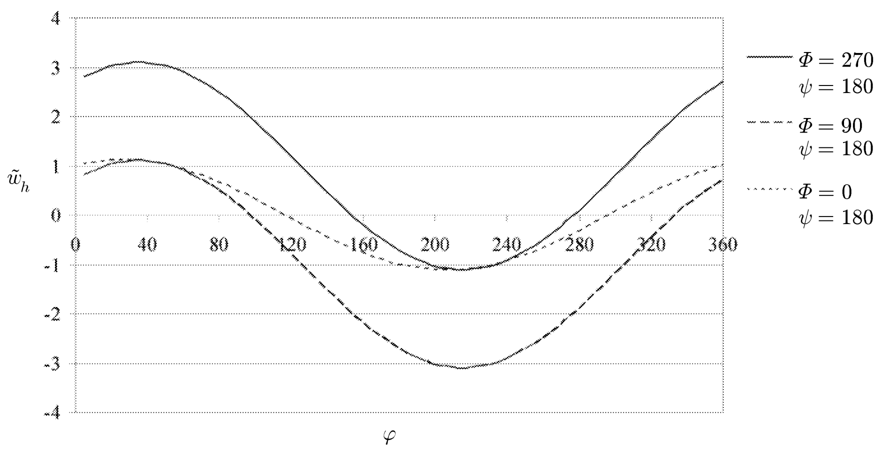
Фиг. 8. Влияние на бароклинността адвекция на студ ($\Phi = [0°, 180°]$) и топлина ($\Phi = [180°,\ 360°]$)) при различни ъгли φ на обтичане на орографията и фиксиран ъгъл $\psi = 180°$, съответстващ на екстремни стойности на $\tilde{w}_h$



Фиг. 9. Влияние на бароклинността ($\Phi = [0°, 360°]$) при различно разположение на орографските и термичните нееднородности, характеризиращи се чрез ъгъла ψ и при различни ъгли на обтичане на орографията φ

Втората фамилия от криви е представена на фиг. 9 при фиксирани стойности на ψ: $\psi = 0°,\ 90°,\ 180°,\ 270°$ и избрани ъгли: $\varphi = 0°$ и $\varphi = 180°$, съответстващи на надлъжно обтичане на орографията в две противоположни посоки и $\varphi = 90°$, съответстващ на надлъжно обтичане на орографията. При $\varphi = 90°$ вертикалните скорости са изцяло положителни при $\psi = 0°,\ 270°$, докато при $\psi = 90°,\ 180°$ знакът се сменя. При напречно обтичане вертикалната скорост е изцяло положителна при $\varphi = 0°$ и изцяло отрицателна при $\varphi = 180°$ за всички ъгли ψ.

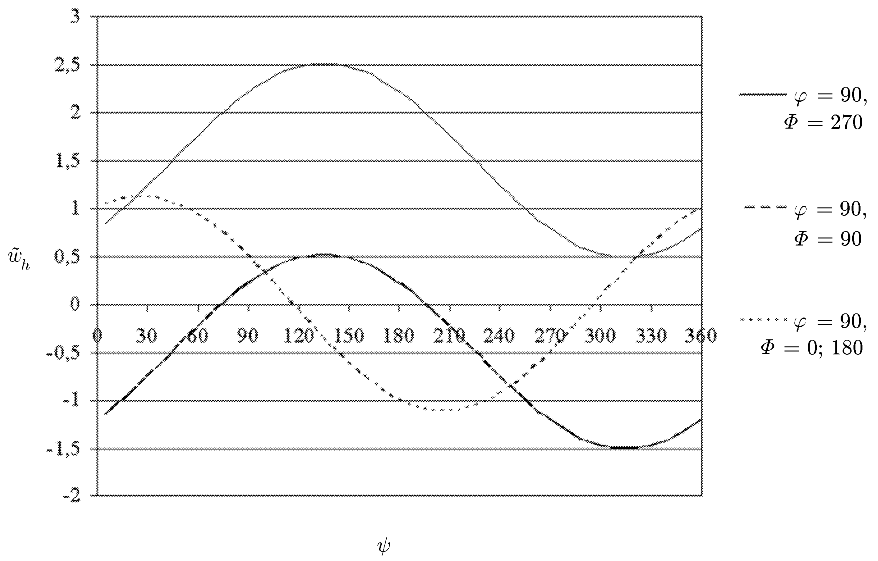
На следващите две фигури: фиг. 10 и фиг. 11 са разгледани случаи на максимална адвекция на студ($\Phi = 90°$) и на топлина($\Phi = 270°$). В първия случай при $\psi = 180°$ (екстремни верикални скорости) се варира ъгълът на обтичане φ, а във втория при $\varphi = 90°$ (съответстващ на надлъжно обтичане на орографията), се варира ъгълът ψ, характеризиращ конфигурацията (взаимното разположение на орографските и термичните нееднородности). Максималните екстремни стойности на вертикалната скорост са при $\varphi = 35°$, а минималните – при $\varphi = 215°$.



Фиг. 10. Влияние на ъгъла на обтичане на орографията φ върху екстемната ($\psi = 180°$) вертикална скорост $\tilde{w}_h$ за случай на максимална адвекция на студ ($\Phi = 90°$) и топлина ($\Phi = 270°$) и сравнение с баротропния случай ($\Phi = 0°$)

Направено е също сравнение с баротропния случай $\Phi = 0°$. Вижда се, че при адвекция на топлина вертикалните скорости са по-големи от съответните баротропни, а при адвекция на студ – по-малки от тях.

От фиг. 11 следва, че при адвекция на топлина вертикалната скорост $\tilde{w}_h$ е изцяло положителна и значително надвишава съответната вертикална скорост при адвекция на студ, която преобладаващо е отрицателна. Освен това



Фиг. 11. Влияние на ъгъла ψ върху вертикалната скорост $\tilde{w}_h$ при надлъжно обтичане на орографията $\varphi = 90^\circ$ за случаи на адвекция на студ ($\Phi = 90^\circ$) и топлина ($\Phi = 270^\circ$) и сравнение с баротропния случай ($\Phi = 0^\circ$)

се вижда, че при надлъжното обтичане на орографията амплитудата на вертикалната скорост показва следните особености: максимални стойности при $\psi = 130^\circ$ и минимални при $\psi = 310^\circ$. От съпоставката с баротропния случай се подчертава много съществената роля на адвективните процеси. В разглеждания случай съответните разлики са значително по-големи и по-сложни в сравнение със случая, показан на фиг. 10.

5. ОРОГРАФСКО ИНДУЦИРАНА ВЕРТИКАЛНА СКОРОСТ ПРИ РАЗЛИЧНИ ФОРМИ НА РЕЛЕФА

Направените дотук анализи имат общ методичен характер. Тук ще ги приложим, за да изследваме някои ефекти при конкретно моделно задаване вида на $z_0\,(x, y)$:

$$z_0(x) = \frac{z_0' + n z_0'' \exp{(mx)}}{1 + n \exp{(mx)}}, \tag{24}$$

$$z_0\,(x, y) = H_M \exp\left\{-\frac{px^2 + qy^2}{L^2}\right\}, \tag{25}$$

$$z_0\,(x) = \frac{hb^2}{b^2 + x^2}, \tag{26}$$

$$z_0(x) = z_0 f(x)\left[1 - \cos\left(q(x)\right)\right], \tag{27}$$

където m, n, p, q, L са положителни константи, $H_M = z_0(x = 0, y = 0)$; h е височината на препятствието, а b е неговата полуширина. Формули (24), (25) описват съответно преходна зона между две области с различни стойности на орографията (например $z_0'' > z_0'$) и елипсовидно препятствие (вж. [35]). Формула (26) е една от най-често използваните за описание на едномерна моделна орография. Формула (27) е сравнително по-сложна и отчита съвкупност от няколко последователно свързани препятствия.

За всички посочени по-горе формули, описващи релефа, ще разгледаме за краткост случай на орографско индуцираната ($E \to 0$) вертикална скорост в баротропен ПГС ($\Lambda = B = 0$). В този случай от (5) при $c\Omega_g = 0$ получаваме

$$w_h = w_{or} = G_0 \nabla z_0 (1 + a) F_{or}(\varphi) - dG_0^2 \nabla^2 z_0, \tag{28}$$

където

$$F_{or}(\varphi) = \cos\varphi + \frac{b}{1 + a}\sin\varphi. \tag{29}$$

В (29) първият член се отнася за надлъжно обтичане на орографията, а вторият – за напречно. За да конкретизираме вида на (28), трябва да бъдат определени величините ∇z_0 и $\nabla^2 z_0$ при отчитане на (24–27).

Ще започнем със случая на преходна зона в линейно приближение ($d = 0$), когато формула (28) след нормиране има вида

$$\frac{w_{or}}{m(1 + a) G_0 (z_0'' - z_0')} \equiv \tilde{w}_{or} = R_{mn}(x)\left[F_{or}(\varphi) - d\frac{mG_0}{1 + a}\frac{1 - n\exp(mx)}{1n\exp(mx)}\right], \tag{30}$$

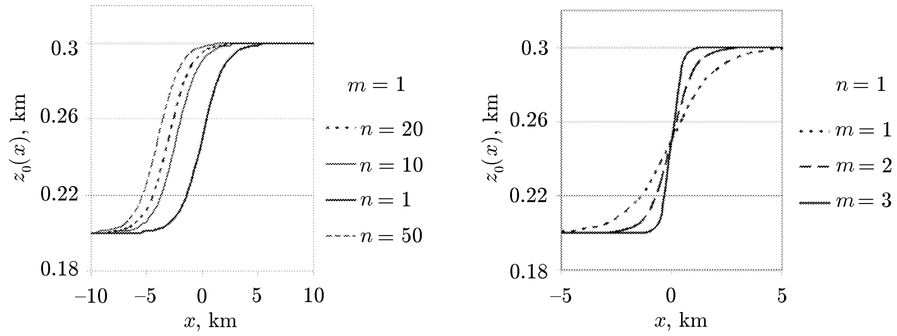
където

$$R_{mn}(x) = \frac{n\exp(mx)}{\left(1 + n\exp(mx)\right)^2}. \tag{31}$$

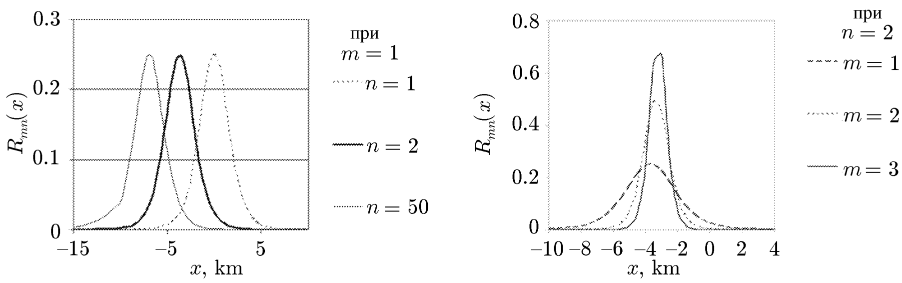
В линейно приближение ($d = 0$) от (30) следва

$$\tilde{w}_{\mathrm{or}} = R_{mn}(x) F_{\mathrm{or}}(\varphi) = f(m, n, x, \varphi).$$

Както се вижда от (30), индуцираната вертикална скорост $\tilde{w}_{\mathrm{or}}$ се представя като произведение на зависещата от ъгъла на обтичането на релефа функция $F_{\mathrm{or}}(\varphi)$ и тегловната функция $R_{mn}(x)$, отразяваща степента и резкостта на прехода от едната към другата повърхност. Чрез вариране на параметрите mи nв нея, се постига подходяща апроксимация на реалната орография. На фиг. 12 и фиг. 13 са представени графики на $z_0(x)$ и съответните им функции $R_{mn}(x)$ при изпъкнал релеф (когато стойностите на m n а положителни).



Фиг. 12. Вид на релефа $z_0\,(x)$, характеризиращ преходната зона, при вариране на параметрите m и n

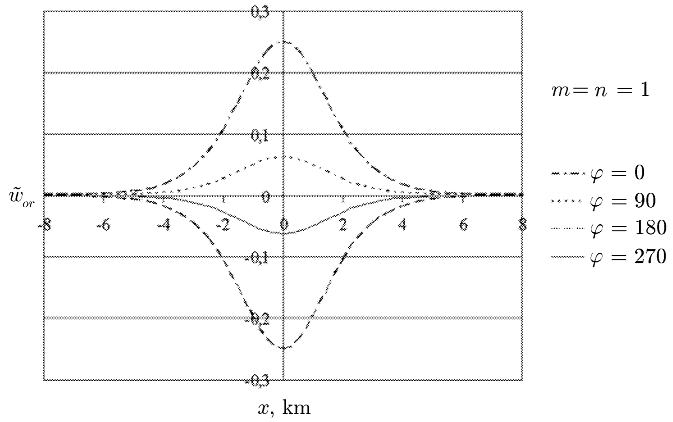


Фиг. 13. Вид на тегловната функция $R_{mn}\,(x)$ при различни стойности на параметрите m и n

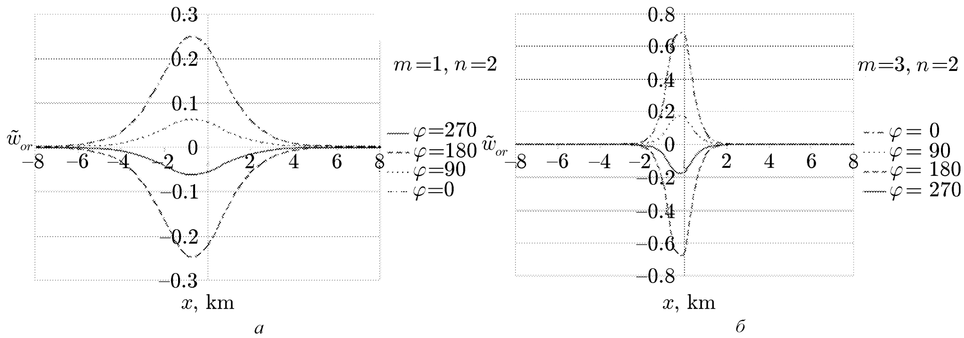
При напречно обтичане се наблюдават най-големи стойности на вертикалните скорости, като при $\varphi = 0°$ те са положителни, а при $\varphi = 180°$ – отрицателни. Интересен е случаят на надлъжно обтичане на препятствието, тъй като тук възникват вертикални скорости, различни от нула. Вижда се, че когато препятствието остава отдясно на посоката на обтичане ($\varphi = 90°$), тези скорости са положителни, а когато е отляво ($\varphi = 270°$) – отрицателни. Тези ефекти се потвърждават и от разпределение на валежите по Черноморското ни крайбрежие, свързани с южни и северни нахлувания на въздушни маси [13].

На фиг. 15 е демонстрирано влиянието на праметрите m и n върху коментираното явление, което води както до асиметрия в зоните на вертикално движение спрямо преходната линия $x = 0$, така и до промяна на нейната големина.

Относно елипсоидалното препятствие (25), ще се спрем само на един ефект, свързан с неговото обтичане от геострофен вятър под ъгъл φ спрямо голямата му ос. В резултат на съвместното действие на надлъжната и



Фиг. 14. Изменения на вертикална скорост $\tilde{w}_{or}$ при наличие на преходна зона, характеризираща се с изменение на релефа $z_0(x)$, показан на фиг. 12 при $m = n = 1$, за случаи на напречно обтичане в посока на нарастване ($\varphi = 0°$) или намаляване ($\varphi = 180°$) височината на релефа и надлъжно обтичане в посока, относно която отдясно остават нарастващите ($\varphi = 90°$) или намаляващите ($\varphi = 270°$) височини на релефа



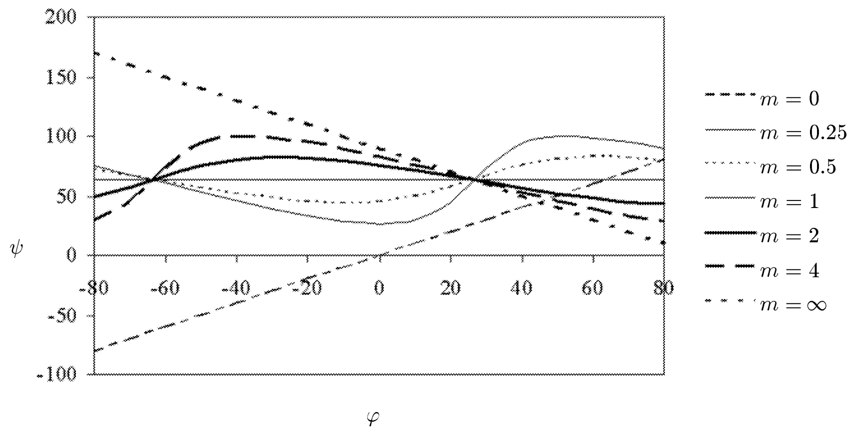
Фиг. 15 Същото, както на фиг. 14, при вариране на параметрите m и n

напречната компонента на обтичането се формира права линия, където индуцираната вертикална скорост се анулира. За ъгъла между геострофния вятър и тази права линия в [7] е получено следното съотношение:

$$\cos\psi(\varphi) = \frac{k + (m + mk.\operatorname{tg}\varphi - 1)\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{\left(1+\operatorname{tg}^2\varphi\right)\left[2k.\operatorname{tg}\varphi\,(m^2-1) + \operatorname{tg}^2\varphi\,(m^2k^2+1) + m^2 + k^2\right]}}, \quad (32)$$

където $m = \dfrac{p}{q}$, $k = \dfrac{b}{1+a}$. От общата формула (30) следват някои частни случаи.

При $m = 1$ хоризонталните сечения на препятствието са окръжности, тогава ъгълът ψ не зависи от φ и се определя еднозначно от тегловните коефициенти. За този случай се получава $\psi = 63°$. При $m = 0$ препятствието приема формата на вал по оста O, а $\psi = \varphi$. Когато $m \to \infty$ (което съответства на вал по оста O), след преобразуване на (32) се получава, че $\psi = 90° - \varphi$. На фиг. 16 е представена зависимостта на ψ от ъгъла на обтичане φ при различни стойности на параметъра $m-$както изброените по-горе, така и някои други междинни стойности.



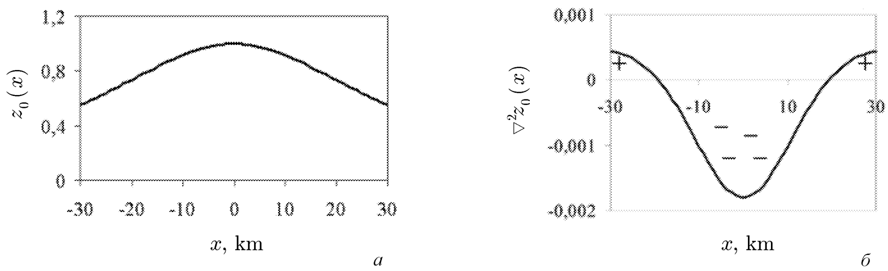
Фиг. 16. Зависимост на ъгъла ψ (между геострофния вятър и правата линия, върху която се анулира вертикалната скорост) от ъгъла на обтичане φ на елипсоидалното препятствие при различни стойности на m

Да разгледаме релефа, за апроксимация на който $z_0\,(x)$ се задава чрез (26). За тази цел е необходимо първо да определим вида на величините ∇z_0 и $\nabla^2 z_0$:

$$\nabla z_0\,(x) = -\frac{2hb^2x}{\left(b^2 + x^2\right)^2}, \tag{33}$$

$$\nabla^2 z_0\,(x) = -\frac{2hb^2\left(b^2 - 3x^2\right)}{\left(b^2 + x^2\right)^3}. \tag{34}$$

На фиг. 17 е представена зависимостта (26) на релефа и неговия лапласиан (34) от хоризонталната координата. Вижда се, че в основната си част лапласианът е отрицателен, но от двете страни (вляво и вдясно от инфлексните точки) е положителен. Очевидно условието за изпъкналост на релеф, какъвто е (26), е само необходимо, но не и достатъчно за изцяло отрицателен лапласиан. Явно това зависи от конкретния вид на кривата $z_0\,(x)$ и наличието на инфлексни точки, които разграничават зоните на положителен и отрицателен знак на лапласиана, показани на фиг. 17.



Фиг. 17. Вид на релефа $z_0(x)$, зададен чрез (26) (*а*) и съответният му лапласиан $\nabla^2 z_0$, изразен в (34) (*б*)

След подходящо нормиране на формули (33) и (34), за вертикалната скорост на препятствието получаваме следния израз:

$$\tilde{w}_h = \frac{w_h}{G_0(1+a)2} = -\frac{\tilde{x}k^2}{\left(1+\tilde{x}^2k^2\right)^2}F_{\text{or}} + P\frac{k^2\left(1+3\tilde{x}^2k^2\right)}{\left(1-3\tilde{x}^2k^2\right)^3}, \qquad (35)$$

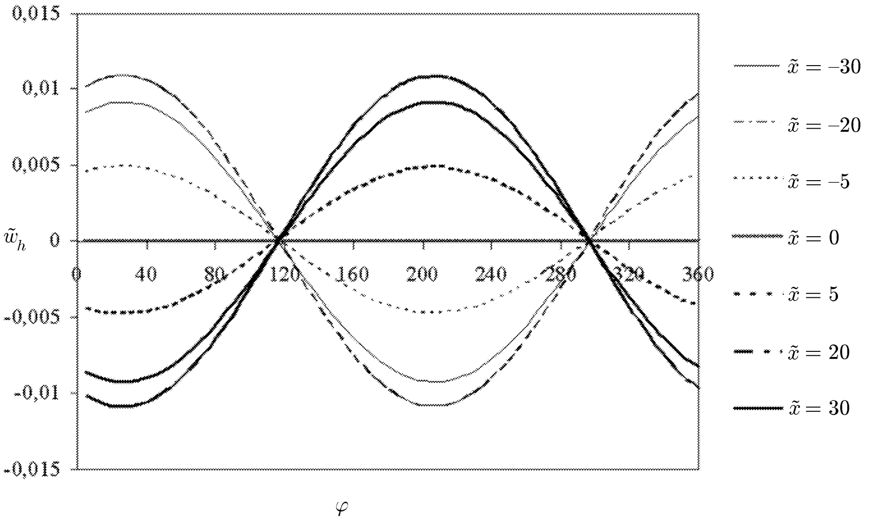
където $\tilde{x} = x/h$, $k = h/b$ са обезразмерени параметри, $P = ca\Big/(1+a)\tilde{h}$, $\tilde{h} = h/(G_0/f)$. На фиг. 18 при някои типични стойности на параметрите $h = 1$ km, $b = 30$ km, $G_0 = 8$ m/s, $f = 10^{-4}\text{s}^{-1}$ е представена обезразмерената вертикална скорост при няколко стойности на безразмерния параметър $\tilde{x}$. Вижда се, че с изменението му от отрицателни (наветрена страна на препятствието) към положителни (подветрена страна на препятствието) значения, местата на инфлексните точки и на екстремните стойности на $\tilde{w}_h$ остават постоянни (осъществяват се при едни и същи ъгли на обтичане φ). Както следва да се очаква, вертикалната скорост е положителна на наветрената страна на препятствието и е максимална по абсолютна стойност при $\varphi = 25°$ и $\varphi = 205°$.

Да разгледаме функция (27), описваща по-сложен релеф от няколко последователни препятствия. Тук величините ∇z_0 и $\nabla^2 z_0$ имат вида

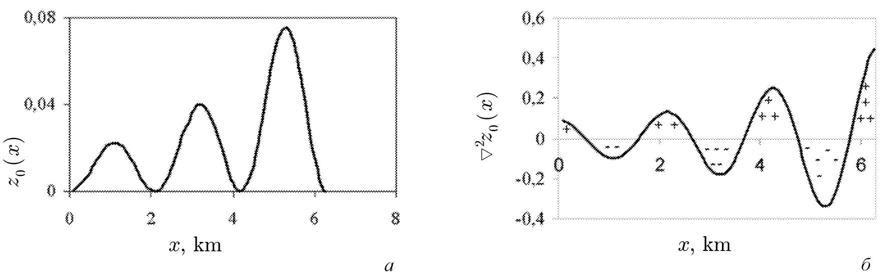
$$\nabla z_0(x) = z_{00}\frac{\partial f(x)}{\partial x}\left[1-\cos(q(x))\right] + z_{00}f(x)\sin(q(x))\frac{\partial q(x)}{\partial x}, \qquad (36)$$

$$\nabla^2 z_0(x) = z_{00}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}\left[1-\cos(q(x))\right] + 2z_{00}\frac{\partial f(x)}{\partial x}\sin(q(x))\frac{\partial q(x)}{\partial x} + z_{00}f(x)\left[\sin(q(x))\frac{\partial^2 q(x)}{\partial x^2} + \cos(q(x))\left(\frac{\partial q(x)}{\partial x}\right)^2\right], \qquad (37)$$

където $f(x) = f_0 + ax + b^2$, $q(x) = q_0x + cx^2$.



Фиг. 18 Зависимост на вертикалната скорост $\tilde{w}_h$, зададена чрез (35) от ъгъла на обтичане на орографията φ при различни стойности на безразмерния параметър $\tilde{x}$



Фиг. 19. Вид на релефа $z_0(x)$, зададен с (27) (*а*) и на съответния му лапласиан $\nabla^2 z_0$ (*б*)

На фиг. 19 са представени величините $z_0(x)$ и $\nabla^2 z_0$ при следните конкретни параметри: $f_0 = 1$, $a = 1$, $b = 0{,}1$, $q_0 = 3$, $c = 0{,}01$, $z_{00} = 0{,}01$. В този избран случай $z_0(x)$ описва съвкупност от три последователно разположени растящи по височина препятствия. В съответствие с това представеният на фиг. 19 лапласиан $\nabla^2 z_0$ сменя неколкократно знака си по направление на хоризонталната координата.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Индуцираната на горната граница на ПГС вертикална скорост w_h, зададена чрез (5), се формира от съвместното действие на различни фактори. Както бе показано, при вариране на основните параметри φ, ψ, Φ, E, се получават различни режими на въздействие на тези фактори, които в крайна сметка формират големината и знака на w_h. Така например, наборът параметри $\psi = 180°$, $\varphi_E^2 = 215°$, $\Phi = 90°$, когато се реализира абсолютен максимум на вертикалната скорост, съответства на максимален циклогенез, а наборът $\psi = 180°$, $\varphi_E^2 = 35°$, $\Phi = 270°$, когато се реализира абсолютен минимум (отрицателен по знак) на вертикалната скорост – на максимален антициклогенез. В този анализ е отчетено влиянието само на линейните членове на w_h. Ще отбележим в заключение, че в съответствие с (5) нелинейните членове, съдържащи лапласианите $\nabla^2 z_0$ и $\nabla^2 \delta\theta$, допълнително усилват циклогенеза при $\nabla^2 z_0 < 0$ и $\nabla^2 \delta\theta > 0$ и антициклогенеза при $\nabla^2 z_0 > 0$ и $\nabla^2 \delta\theta < 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Godev, N. *Arch.Met.Geoph. Biokl. Ser. A*, **19**, 1970.
2. Годев, Н., В. Пененко. *Метеорол. и Гидрол.*, **10**, 1979.
3. Yordanov, D., N. Godev. *BLM*p **5**, 1973.
4. Syrakov, E. *Zb. Met. i Hidr. Rad.*, **12**, 1985.
5. Syrakov, E. *Zb. Met. i Hidr. Rad.*, **12**, 1985.
6. Сираков, Е. Процеси на термична конвекция, динамика, параметризация и дифузия при различни мащаби и условия в атмосферата и приложение към опазване на околната среда, СУ София, (Дисертация д.ф.н.), 1990.
7. Syrakov, E. , H. Chervenkov. *BJMH*, Vol **13**, No 1–2, 2002.
8. Сираков, Е. *IX Межд. конф. по метеор. Карпат.*, 1979.
9. Йорданов, С. , Н. Годев. *БГС VI*, № 4, 1979.
10. Годев, Н. , Е. Сираков. *БГС X*, № 3, 1984.
11. Godev, N. , E. Syrakov. *Prolc. Nowcasting second Symp. Norrkoeping, Sweden (ESA SP.)* **208**, 1984.
12. Марчук, Г. Численые методы в прогнозе погоды, Гидрометиздат, 1967.
13. Годев, Н. Синоптична метеорология, Изд. Наука и изкуство, София, 1976.

Евгени Сираков
Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Физически факултет
Катедра "Метеорология и геофизика"
Бул. "Джеймс Баучер" 5
1164 София, България
E-mail: esyrakov@phys.uni-sofia.bg

Постъпила май 2004