

**ВЪРХУ ВИДА НА УНИВЕРСАЛНИТЕ ФУНКЦИИ
A, B, C В ЗАКОНИТЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ
ОТЧИТАНЕ НА НЕЛОКАЛНИ ОБМЕННИ ЕФЕКТИ
ПРИ БАРОТРОПНИ И БАРОКЛИННИ УСЛОВИЯ
В ПГС**

ЕВГЕНИ СИРАКОВ

Катедра "Метеорология и геофизика"

Евгени Сираков. ВЪРХУ ВИДА НА УНИВЕРСАЛНИТЕ ФУНКЦИИ A, B, C В ЗАКОНИТЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ОТЧИТАНЕ НА НЕЛОКАЛНИ ОБМЕННИ ЕФЕКТИ ПРИ БАРОТРОПНИ И БАРОКЛИННИ УСЛОВИЯ В ПГС

Разгледани са законите на съпротивление в ПГС въз основа на нормиране с екманов мащаб (установен режим в ПГС), или чрез актуалната височина h на ПГС (еволюционен режим). В първия случай чрез прост двуслоен модел на ПГС (ПС и слоя над него) при променлив с височината вертикален топлинен поток и съгласувано с вертикалните профили определяне на височината на ПС е получена явната зависимост на универсалните функции A, B, C в законите на съпротивление на ПГС от стратификацията (устойчива, неутрална, неустойчива), бароклинността и нелокалните обменни ефекти между ПС-ПГС и свободната атмосфера при устойчиви условия [7]. Във втория случай е използвана най-новата теория [9], отчитаща стабилността на свободната атмосфера, бароклинността и покриващата ПГС повдигната инверсия. При подходящо конструирани изрази за градиентите на скоростта и температурата в ПГС са определени съответни адитивни корекции $\Delta A', \Delta B', \Delta C'$ към универсалните функции A', B', C' , получени в [9]. Тези корекции описват явната зависимост от бароклинните (λ_x, λ_y) и термичните ($\Gamma_\theta = N^2/\beta$ и $\Delta\theta_I, \Delta h$) параметри, характеризиращи съответно стабилността на свободната атмосфера и структурата на покриващата ПГС повдигната инверсия.

Evgeny Syrakov. ON THE FORM OF UNIVERSAL FUNCTIONS A, B, C IN RESISTANCE LAWS, CONSIDERING NON-LOCAL CHANGE EFFECTS IN BAROTROPIC AND BAROCLINIC CONDITIONS IN PBL

It is considered the planetary boundary layer (PBL) resistance and heat transfer laws

on the basis of Eckman scale (steady state PBLs) or the actual height h of PBL (evolving PBLs). In the first case on the basis of simple two layer model of PBL (BL and the layer above it) at varying with the height vertical thermal flux and in coordination with that definition the height of BL, it is determined the expressions for the universal functions A, B, C in the resistance laws of PBL, depending of the stratification (stable, neutral, unstable) the baroclinicity and the non-local exchange effects between PBL and the free atmosphere at stable conditions [7]. In the second case it is used the new theory developed in [9], accounting the non-local effects caused by the free-flow stability, baroclinicity and the rising capping inversion. On the basis of properly constructed expressions for the gradients of the velocity and the temperature in PBL, it is determined the respective additional corrections $\Delta A', \Delta B', \Delta C'$ about the universal functions A', B', C' in [9]. These corrections give the explicit dependence of the baroclinic (λ_x, λ_y) and thermal ($\Gamma_\theta = N^2/N^2\beta$ and $\Delta\theta_I, \Delta h$) parameters, characterizing respectively the free-flow stability and the structure of the capping inversion [9]. It is analyzed the influence of these factors over the integral critical number of Richardson, and the behavior of the universal functions A, B, C at nocturnal, convention-ally neutral, truly neutral and long-lived PBL at barotropic and baroclinic conditions.

Keywords: universal functions, resistance laws, baroclinic effect, non-local change effects in stable regime, capping inversion

PACS number: 92.10.Lq

1. УВОД

Законите на съпротивление на планетарния граничен слой (ПГС) имат вида

$$A = \ln(R_0 C_d) - \aleph \frac{\cos \alpha}{C_d}, \quad (1)$$

$$B = -\aleph \frac{\sin \alpha}{C_d}, \quad (2)$$

$$C = \ln(R_0 C_d) - \frac{\aleph_T}{C_T}, \quad (3)$$

където $R_0 = G_0/fz_0$ е геострофно число на Росби, f – параметър на Кориолис, z_0 – граавост; $C_d, C_T = \theta_*/\delta\theta$, α са геострофен и топлинен коефициент на съпротивление и ъгъл на пълно завъртане на вятъра в ПГС, $G_0 = (U_{g0}^2 + V_{g0}^2)^{1/2}$ – модул на геострофния вятър, $U_{g0} = G_0 \cos \alpha$, $V_{g0} = G_0 \sin \alpha$, $\delta\theta = \theta_H - \theta_0$, $\theta_H = \theta(z = H)$, $\theta_0 = \theta(z = z_0)$, H – височина на ПГС, $\aleph = 0,4$ – константа на фон Карман, $\aleph_T = 0,42$; A, B, C – универсални функции, подлежащи на определяне.

При обичайни турбулентни режими в ПГС класическата теория на подобие показва, че функциите A, B, C зависят от набор безразмерни вътрешни параметри (вж. обзорни работи [1]–[4]). Някои допълнителни ефекти, включително обменни процеси между ПГС и свободната атмосфера са отчетени в [5]. В последно време стана ясно [6,7], че при устойчива стратификация, освен класическия турбулентен режим на невзаимодействащ със свободната атмосфера (отделен от нея чрез остатъчен (residual) слой) ноцен ПГС, при

високите географски ширини се наблюдава и т. нар. дългосъществуващ (long-lived) ПГС. Характерно за него е, че той е “покрит” директно от устойчиво стратифицирана свободна атмосфера и е активно повлиян от нея, чрез обмен на импулс и топлина, осъществявани главно чрез вътрешни гравитационни вълни [7]. Количествената оценка на тези ефекти показва в частност, че това води до съответни корекции и в профилите на скоростта $U(z)$ и потенциалната температура $\theta(z)$ в приземния слой (ПС) при устойчива стратификация [8]:

$$\frac{dU}{dz} = \frac{U_*}{\aleph z} \varphi_U, \varphi_U = 1 + C_U \frac{z}{L} (1 + C_{UN} F_i), \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\theta_*}{\aleph T z} \varphi_\theta, \varphi_\theta = 1 + C_\theta \frac{z}{L} (1 + C_{\theta N} F_i^3), \quad (5)$$

където U_* е динамична скорост, $\theta_* = -q/U_*$ – мащаб на температура, q – нормиран (кинематичен) поток на топлина в ПС, $L = -U_*^3/Bq$ – мащаб на Монин-Обухов, $C_U = 2, 1$; $C_\theta = 3, 1$; $C_{UN} = C_{\theta N} = 0, 2$; F_i – число, обратно пропорционално на числото на Фруд [8]:

$$F_i = \frac{LN}{U_*}, \quad (6)$$

характеризиращо влиянието на нелокалните ефекти върху структурата на ПС, $N = \beta \frac{d\theta}{dz} |_{z>H}$ е честота на Брунт-Вайсала в свободната атмосфера, $\beta = g/T$ – параметър на плаваемост. При $F_i = 0$ формули (4), (5), преминават в известните от теория на подобие на Монин-Обухов.

В съвсем новата работа [9] въз основа на допълнителни сравнения с експериментални данни и числено моделиране на базата на метода на големите вихри (LES метод) се дава известно уточнение и модификация на формули (4), (5):

$$\varphi_U = 1 + C_U \frac{z}{L} (1 + C_{NM}^2 F_i^2)^{1/2}, \quad (7)$$

$$\varphi_\theta = 1 + C_\theta \frac{z}{L} (1 + C_{NH}^2 F_i^2)^{1/2}, \quad (8)$$

където $C_U = C_\theta = 2$, $C_{NM} = 0, 06$, $C_{NH} = 0, 6$.

Ако използваме традиционно нормираната на \aleph формула за мащаба на Монин-Обухов $L_{MO} = -U_*^3/\aleph\beta q$ вместо фигуриращия в (7) и (8) $L = -U_*^3/\beta q$ ($L_{MO} = L/\aleph$), формули (7), (8) се записват в следната еквивалентна форма:

$$\varphi_U = 1 + \tilde{C}_U \xi \left(1 + \frac{\tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2}{\mu^2} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

$$\varphi_\theta = 1 + \tilde{C}_\theta \xi \left(1 + \frac{\tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2}{\mu^2} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

където $\xi = z/L_{MO}$, $\mu = (\aleph U_*/f)/L_{MO}$ – параметър на вътрешна стратификация в ПГС, $\mu_N = N/f$ – параметър характеризиращ нелокалното взаимодействие между ПГС и свободната атмосфера [6] $\tilde{C}_U = C_U/\aleph = 5$, $\tilde{C}_\theta = C_\theta/\aleph = 5$, $\tilde{C}_{NM} = C_{NM}\aleph^2 = 0.01$, $\tilde{C}_{NH} = C_{NH}\aleph^2 = 0, 1$.

Нека се спрем и на случая на неустойчиво стратифициран ПС. За φ_U и φ_θ ще използваме следните формули [5]:

$$\begin{aligned}\varphi_U(\xi) &= (1 - \gamma_U \xi)^{-1/3}, \\ \varphi_\theta(\xi) &= (1 - \gamma_\theta \xi)^{-1/3},\end{aligned}\tag{11}$$

които, от една страна, обезпечават известната асимптота “ $-1/3$ ” за силна неустойчивост ($\xi \rightarrow -\infty$), а от друга страна, практически съвпадат с известните емпирични формули на Бусингер при $\gamma_U = 7$, $\gamma_\theta = 70$ [1], [5].

Като използваме изложените по-горе резултати, нека преминем към решаване на основните задачи, поставени в работата:

- Оценка на някои критични параметри при устойчива стратификация.
- Определяне вида на универсалните функции A, B, C .

2. ВЪРХУ ИНТЕГРАЛНОТО КРИТИЧНО ЧИСЛО НА РИЧАРДСОН В ПС

Интегралното (bulk) число на Ричардсон $R_b = \frac{\beta \Delta \theta z_1}{U_1}$ (където $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_0$; θ_1, U_1 – потенциална температура и скорост на вятъра на ниво z_1 в ПС, $\theta = \theta(z = z_{0T})$; z_{0T} – параметър на грававост за температурата) играе важна роля при определяне потоците на импулс и топлина в ПС [10]. При отчитане на (4), (5) за R_b се получава

$$R_b = \frac{\aleph^2 (\lambda_T + C_\theta S) S}{\aleph_T (\lambda_U + C_U S)^2} (1 - a_U F_{i0})^2 + \frac{a_\theta}{\aleph} \frac{F_{i0}^3}{(1 - a_U F_{i0})},\tag{12}$$

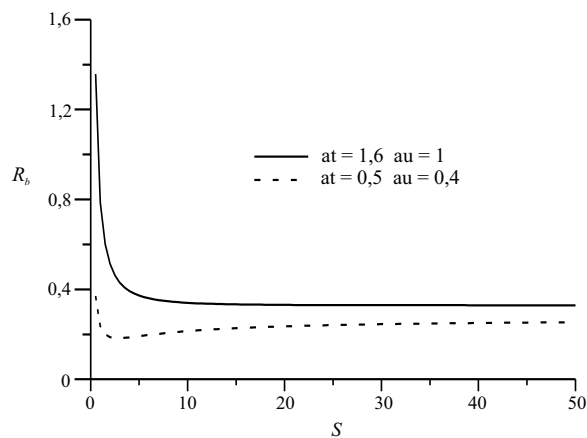
където $s = z_1/L$, $\lambda_U = \ln z_1/z_{0U}$, $\lambda_\theta = \ln z_1/z_{0T}$, $F_{i0} = Nz_1/U_1$ – реципрочно външно число на Фруд, изменящо се в интервала 0–1. При $s \rightarrow \infty$ от (12) следва и съответното критично число на Ричардсон [11]

$$R_{bc} = \frac{\aleph^2 C_\theta}{\aleph_T C_U^2} (1 - a_U F_{i0})^2 + \frac{C_U a_\theta}{\aleph} \frac{F_{i0}}{(1 - a_U F_{i0})},\tag{13}$$

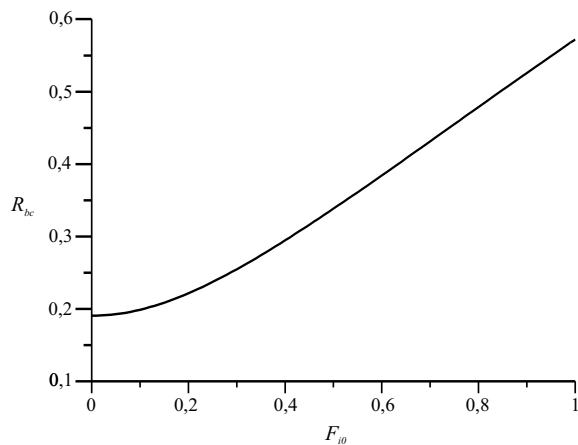
където $a_U = C_U C_{UN}/\aleph$, $a_\theta = C_\theta C_{\theta N}/\aleph_T$.

От анализа на (12), (13) следва, че практически за всяко $F_{i0} \neq 0$ и целия диапазон на изменение на S $R_b > R_{bc}$, т. е. имаме пределно устойчив режим, при който напълно липсва турбулентен обмен (вж. също фиг. 1, където това е демонстрирано при стойност $F_{i0} = 0, 25$). Вероятно подобен екстремален режим се среща твърде рядко. Само при подходяща модификация на константите C_{UN} , $C_{\theta N}$, фигуриращи в (4), (5), (12) (например $C_{UN} = 0, 06$, $C_{\theta N} = 0, 08$

[11]), (вж. фиг. 1) или при запазване на стойностите на тези константи, но при някои допълнителни приближения в точната формула (12), (вж. [8]) може да се опишат съответни турбулентни режими, (т.е. $R_b < R_{bc}$). Тези случаи са анализирани и съпоставени в [11].



Фиг. 1. Зависимост на R_b , получена чрез профили (4), (5), от параметъра S



Фиг. 2. Зависимост на критичното число на Ричардсон R_{bc} (12) от F_{i0}

При отчитане на актуализираните профили (7) и (8) за R_b аналогично на (12) също се получава, макар и доста по-сложна аналитична формула (подробно изследвана в [12]). Тук ще приведем само съответното критично число

R_{bc} , заменящо (13) в този случай:

$$R_{bc} = \left[\frac{\aleph^2 C_\theta}{\aleph_T C_U^2} \right] \frac{(1 + C_{NH}^2 F_{i0}^2 A^{-2})^{1/2}}{(1 + C_{NM}^2 F_{i0}^2 A^{-2})}, \quad A = \frac{\aleph}{C_U} \left(1 - \frac{C_{NM}^2 F_{i0}^2 C_U^2}{\aleph^2} \right)^{1/2} \quad (14)$$

и асимптотичната формула за коефициента на съпротивление $C_d^{1/2} = U_*/U_1$ при големи стойности на S : $C_d^{1/2} = A/S$.

Вижда се, че $C_d \rightarrow 0$ при $S \rightarrow \infty$ независимо от стойностите на F_{i0} . Както следва от (14), R_{bc} се представя като произведение от съответното критично число за класическия случай (при $F_{i0} = 0$ – изразът в квадратните скоби) и съответна корекция, отчитаща нелокалните ефекти на взаимодействие. Както се вижда от фиг. 2, тази корекция води до значително нарастване на критичното число (до около 0,6) спрямо класическия случай ($F_{i0} = 0$), когато критическото число има стойности 0,2 – 0,25. Този факт има експериментално потвърждение [8].

3. ОПРЕДЕЛЯНЕ ВИДА НА УНИВЕРСАЛНИТЕ ФУНКЦИИ A , B , C , В ЗАКОНИТЕ НА СЪПРОТИВЛЕНИЕ НА ПГС

Най-общо казано, възможни са два подхода при извода на законите на съпротивление в ПГС: използване нормировъчен екманов мащаб ($\sim U_*/f$) или чрез актуалната за ПГС височина H . Тук ще се спрем последователно на двата подхода.

3.1. ПОДХОД, БАЗИРАЩ СЕ НА ЕКМАНОВ МАЩАБ

В този случай са в сила законите на съпротивление (1)–(3). Видът на фигуриращите в тях универсални функции A , B , C при отчитане на формули (4), (5) за устойчива стратификация при баротропни и бароклини условия е определен в [11]. По аналогичен начин, но като се включи и режим на неустойчива стратификация в ПГС, тук ще получим съответни резултати с отчитане на актуализираните формули (7)–(10) при устойчива стратификация.

Използва се подход, базиращ се на двуслоен модел на ПГС: ПС при $z \leq h_s$, където се отчитат формули (9)–(11), и слой над него при $z \geq h_s$, където се използва решение от екманов тип. При това височината h на ПС се определя съгласувано с (9)–(11)[5], като се използват уравненията на движение на ПГС и условието, дефиниращо h , като такава височина, при която вертикалните потоци се изменят в рамките на определен допуск [14], характеризиращ се чрез параметър ε ($\varepsilon = 0,1$ съответства на изменение на потоците в ПС с 10%). За вертикалния топлинен поток \tilde{q} в ПГС се използва съотношението

$\tilde{q} = q(1 - m_1 z/h)^m$, h е височина на ПГС, m_1 и m са константи. На тази база след процедура на слепване на дефектите на скоростта и температурата при $z = h$ и някои преобразования намираме окончателно следните общи изрази за универсалните функции A, B, C , [5], [11]:

при баротропни условия,

$$A = -\ln \aleph H_S + \Psi_{Uh} - B, \quad (15)$$

$$B = \varepsilon/H_S, \quad (16)$$

$$C = -\ln \aleph H_S + \Psi_{\theta h} - 2lpB, \quad (17)$$

при бароклини условия,

$$A_b = A + \frac{1}{2B}(\eta_x + \eta_y) + \eta_x H_{Sb}, \quad (18)$$

$$B_b = B + \frac{1}{2B}(\eta_y - \eta_x) + \eta_y H_{Sb}, \quad (19)$$

$$C_b = C, \quad (20)$$

$$H_{Sb} = H_S \frac{2}{1 + \sqrt{1 - 2\eta_y \frac{H_s^2}{\varepsilon}}}, \quad (21)$$

където при устойчива стратификация ($\mu > 0$),

$$\Psi_{Uh} = \tilde{C}_U H_S \left(\mu^2 + \tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2 \right)^{1/2}, \quad (22)$$

$$\Psi_{\theta h} = \tilde{C}_\theta H_S \left(\mu^2 + \tilde{C}_{NH}^2 \mu_N^2 \right)^{1/2}, \quad (23)$$

$$H_S = \frac{2\varepsilon^2}{1 + \sqrt{1 + 8\varepsilon^2 \tilde{C}_U \left(\mu^2 + \tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2 \right)^{1/2}}}, \quad (24)$$

при неустойчива стратификация ($\mu < 0$),

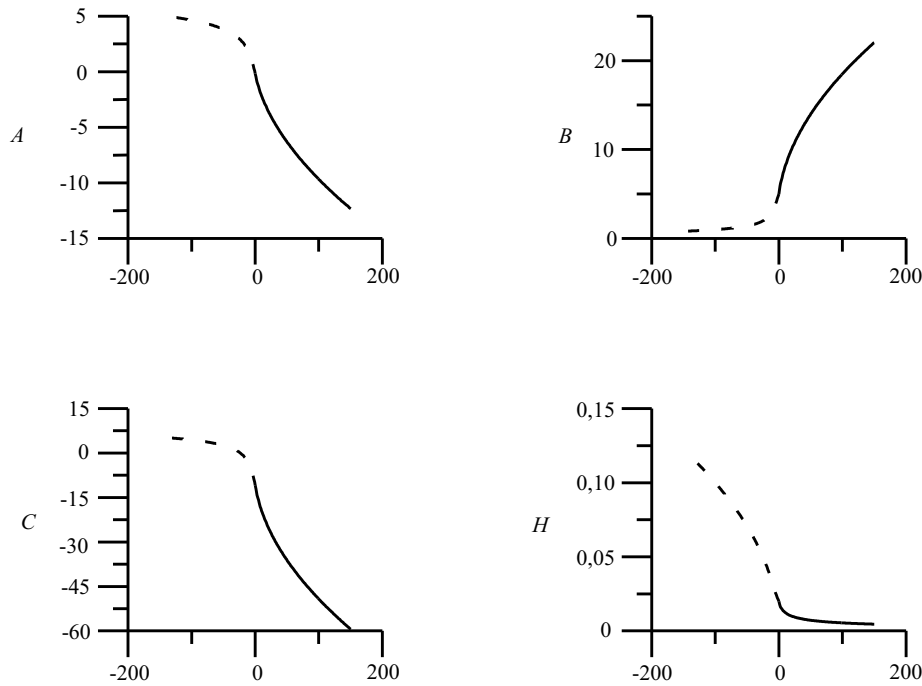
$$\Psi_{Uh} = \frac{3}{2} \ln \frac{y^2 + y + 1}{3} - \sqrt{3} \arctan \frac{y - 1}{\sqrt{3}(y + 1)}, \quad y = (1 - \gamma_U \mu H_S)^{1/3}, \quad (25)$$

$$\Psi_{\theta h} = \frac{3}{2} \ln \frac{\tilde{y}^2 + \tilde{y} + 1}{3} - \sqrt{3} \arctan \frac{\tilde{y} - 1}{\sqrt{3}(\tilde{y} + 1)}, \quad \tilde{y} = (1 - \gamma_\theta \mu H_S)^{1/3}, \quad (26)$$

$$H_S = \sqrt[3]{b + \sqrt{a\mu^3 + b^2}} + \sqrt[3]{b - \sqrt{a\mu^3 + b^2}}, \quad (27)$$

където: $a = (8\varepsilon^6 \gamma_U / 3)^3$, $b = 4\varepsilon^6$, $\varepsilon = 0, 1$, $H_S = h_s / (\aleph U_* / f)$ е безразмерна височина на ПС; η_x, η_y – вътрешни безразмерни бароклини параметри, които могат да бъдат представени в еквивалентен, но по-удобен за работа вид: $\eta_x = M \cos \phi$, $\eta_y = M \sin \phi$, $M = (\eta_x^2 + \eta_y^2)^{1/2}$; ϕ – ъгъл между приземния и термичния вятър, $l = \pi$, $p = [1 - (1 - m_1)^{1+m}] / [m_1(1 + m)]$. Ще отбележим също, че бароклините корекции в (18), (19) (без последните членове

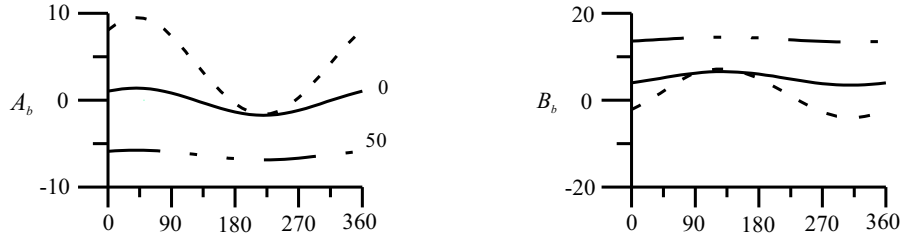
$\eta_x H_{Sb}$ и $\eta_y H_{Sb}$ са дадени в съответствие с [15]. Както се вижда от (14)–(16) и (21)–(23) при баротропни условия и устойчива стратификация A, B, C се изразяват чрез обобщените параметри на устойчивост $\tilde{\mu}_M = (\mu^2 + \tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2)^{1/2}$ и $\tilde{\mu}_H = (\mu^2 + \tilde{C}_{NM}^2 \mu_N^2)^{1/2}$. Разбира се, възможно е и изследване на зависимостите на A, B, C и поотделно от μ и μ_N , което се прави в приведените по-долу графични резултати. Съотношенията (15)–(27) дават явната зависимост на универсалните функции A, B, C от основните параметри μ, μ_N, M, ϕ .



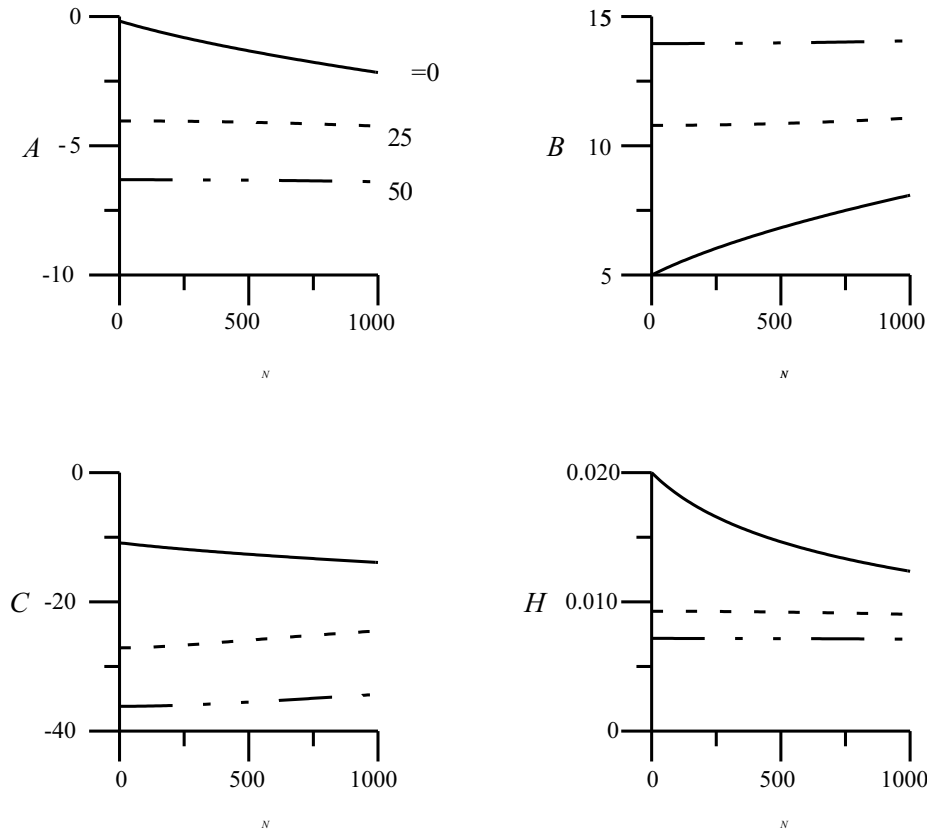
Фиг. 3. Зависимост на универсалните функции A, B, C от стратификацията ($-150 \leq \mu \leq 150$), при баротропни условия и класичен режим ($\mu_N = 0$)

На фиг. 3 е представена зависимостта на A, B, C, H_S от параметъра на стратификация за целия диапазон $-150 \leq \mu \leq 150$ – от много силна неустойчивост ($\mu = -150$) до много силна устойчивост ($\mu = 150$). При баротропни условия ($M = \phi = 0$) и липса на нелокални ефекти ($\mu_N = 0$). Този режим е много добре изучен в литературата и тук е приложен, като базов за сравнение с други по-сложни режими. Ще добавим, че показаните зависимости на фиг. 3, отнасящи се за устойчива стратификация ($\mu > 0$), съответстват на така наречения режим на нощен (postcurnal) ПГС.

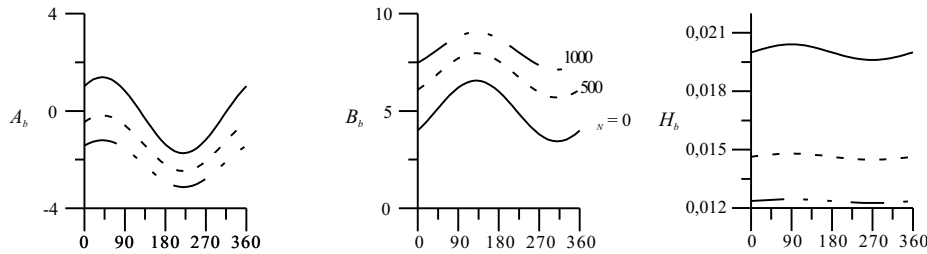
Съвместното влияние на бароклинността ($M = 10$) за целия възможен диапазон на $\phi (0 \leq \phi \leq 360)$ и степени на стратификацията: $-50 \leq \mu \leq 50$, се проследява на фиг. 4 за случая без нелокални ефекти ($\mu_N = 0$).



Фиг. 4. Зависимост на A_b, B_b от бароклинността ($M = 10; 0 \leq \phi \leq 360^\circ$)



Фиг. 5. Зависимост на A, B, C, H от нелокалните ефекти (μ_N) при баротропност

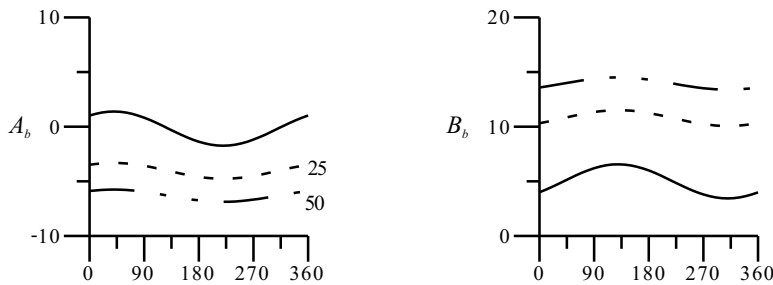


Фиг. 6. Съвместно влияние на бароклинност ($0 < \phi < 360^\circ$) и нелокалните ефекти ($\mu_N = 500$ и 1000). За сравнение е показана и кривата без отчитане на нелокални ефекти ($\mu_N = 0$)

Влиянието на нелокалните ефекти, характеризиращи се чрез параметъра μ_N , които се проявяват при устойчива ($\mu = 25$ и 50) и безразлична стратификация ($\mu = 0$) е демонстрирано на фиг. 5 при баротропни условия $M = \phi = 0$. Кривата $\mu = 0$ съответства на така наречения конвенционално неутрален ПГС (conventionally neutral), при който $\mu = 0$, обаче ПГС е повлиян от не локални ефекти от свободната атмосфера ($\mu_N \neq 0$) [9].

Ще отбележим, че строго неутрален режим в ПГС (truly neutral) съответства на условието $\mu = \mu_N = 0$. В общия случай при високи географски ширини, когато ПГС е непосредствено покрит и интензивно взаимодействащ със свободната атмосфера, се реализира така нареченият дългосъществуващ (long-lived) ПГС [9]. Този, характеризиращ се с най-интензивни обменни процеси, режим съответства на кривите $\mu = 25$ и 50 от фиг. 5.

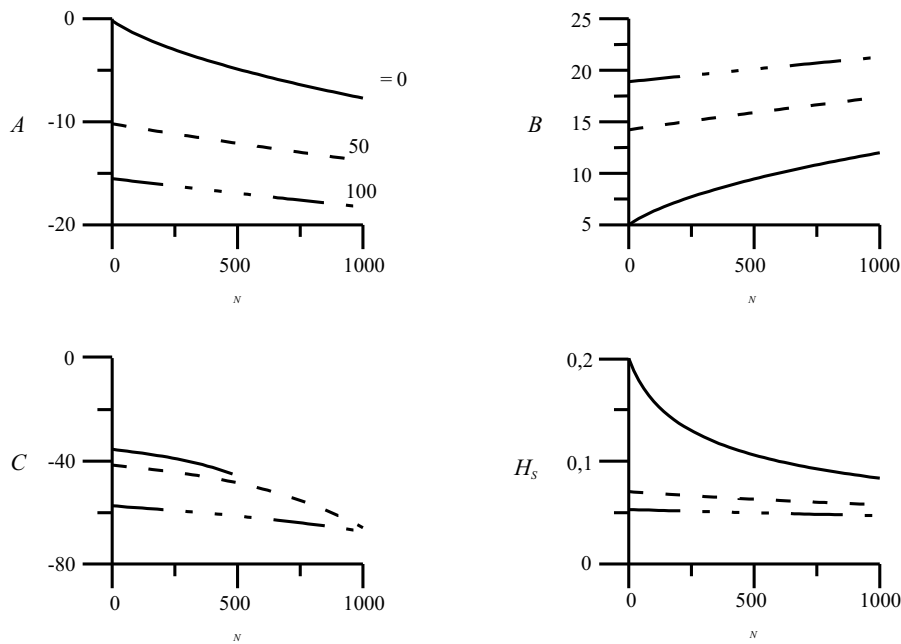
Да преминем сега към анализ на нелокалните ефекти при бароклинни условия. На фиг. 6 е представено влиянието на бароклинността върху някои от турбулентните режими, обсъждани по-горе: строго неутрален (кривата с $\mu_N = 0$) и конвенционално неутрален (криви с $\mu_N = 500$ и 1000) при безразлична стратификация ($\mu = 0$).



Фиг. 7. Съвместно влияние на стратификацията (μ), бароклинността (ϕ) и нелокалните ефекти взети при $\mu_N = 1000$

Най-общият случай на нелокални ефекти ($\mu_N = 1000$) при неутрална ($\mu = 0$) и устойчива стратификация ($\mu = 25$ и 50) и бароклинни условия ($M = 10$, $0 \leq \phi \leq 360$) е представен на фиг. 7. От съпоставката на фиг. 7 с фиг. 4, която се отнася за същите условия както фиг. 7, но без нелокални ефекти ($\mu_N = 0$), най-ясно проличава в чист вид приносът на нелокалните ефекти (при $\mu = 50$).

Всички демонстрирани дотук резултати при устойчива стратификация ($\mu > 0$) съответстват на профили на скоростта и температурата (7), (8). Ако вместо тях се използва предишната им версия (4), (5), дадена в [8], видът на A, B, C е определен в [11]. За пълнота тук ще приведем някои резултати за A, B, C, H_S и в този случай. Това е направено на фиг. 8 при условия, напълно аналогични на тези за фиг. 5 (с тази разлика, че при фиг. 8 за μ са избрани стойности $\mu = 0, 50, 100$, докато при фиг. 5, те са $\mu = 0, 25, 50$). От съпоставката на тези две фигури (за $\mu = 0$ и $\mu = 50$) се открояват различията в A, B, C, H_S , дължащи се единствено на двете използвани версии за профилите (4), (5) при фиг. 7 и (7), (8) при фиг. 5.



Фиг. 8. Зависимост на A, B, C от μ_N , аналогично на фиг. 5 с тази разлика, че тук са използвани профили (4), (5), (докато при фиг. 5 – профили (9), (10))

3.2. ПОДХОД, БАЗИРАЩ СЕ НА АКТУАЛНАТА ВИСОЧИНА НА ПГС

При използване на актуалната височина h на ПГС за нормировъчен мащаб законите на съпротивление (1)–(3), приемат вида [16]

$$\frac{\aleph}{C_d} \cos \alpha = \ln \frac{h}{z_0} - A', \quad (28)$$

$$-\frac{\aleph}{C_d} \sin \alpha = B \equiv \frac{fh}{U_*} B', \quad (29)$$

$$\frac{\aleph_T}{C_T} = \ln \frac{h}{z_0} - C', \quad (30)$$

където A', B', C' са нови универсални функции. В [5] са дадени някои общи подходи за тяхното определяне с отчитане на еволюционни уравнения за h за случай без нелокални ефекти. Тук ще се съсредоточим основно на случая на неутрално и устойчиво стратифициран ПГС с отчитане на специфичните особености, породени от нелокалните ефекти между ПГС и свободната атмосфера [13]. Ще се спрем на съвсем новата, разработена в [9] методика за определяне на A', B', C' при тези условия, която се базира на концепцията за параметризация на ПГС чрез зависещи от z мащаби [17]). Същественото тук е, че вместо един локален мащаб на Монин-Обухов L , се въвежда още един нелокален L_N , характеризиращ нелокалните ефекти [9]:

$$\tilde{L} = -\frac{\tau^{3/2}}{\beta \tilde{q}}, \quad (31)$$

$$L_N = \frac{\tau^{1/2}}{N}, \quad (32)$$

където

$$\tau = U_*^2 f_\tau(s), \quad f_\tau(s) = (1 - Ps)^{\alpha_1}, \quad (33)$$

$$\tilde{q} = q f_\theta(s), \quad f_\theta(s) = (1 - Ps)^{\alpha_2}. \quad (34)$$

Тук α_1, α_2, P са константи, $s = z/h$.

Основен момент в методиката [9] е определяне вида на A', B', C' в случай на ношен (short-lived) ПГС ($N = 0$). На тази база, чрез подходяща квадратична интерполация между (31) и (32) се разширява приложимостта на теорията за редица други режими, отчитащи нелокалните ефекти ($N \neq 0$). Поради това ще съсредоточим вниманието си на резултатите в [9] за ношен ПГС, получени при използване на (31)–(34) и концепцията за “ z -less” режим за профилите на

скоростта и температурата в ПГС:

$$\frac{du}{dz} = \frac{C_u}{\aleph L} f_u(s) + \Delta_u; \quad f_u(s) = f_\theta f_\tau^{-1} = (1 - Ps)^{\alpha_2 - \alpha_1}, \quad (35)$$

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{C_u a}{\aleph^2} \left(\frac{h}{L}\right)^2 + S f_v(s) + \Delta_v; \quad f_v(s) = f_\theta^2 f_\tau^{-3} = (1 - Ps)^{2\alpha_2 - 3\alpha_1}, \quad (36)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{C_\theta \theta_*}{\aleph_T L} F_\theta(s) + \Delta_\theta; \quad F_\theta(s) = f_\theta^2 f_\tau^{-2} = (1 - Ps)^{2(\alpha_2 - \alpha_1)}, \quad (37)$$

където $L = \tilde{L}(z \rightarrow 0)$, $\theta_* = -\tilde{q}(z \rightarrow 0)/\tau^{1/2}(z \rightarrow 0)$, са съответните параметри в ПС, Δ_u, Δ_v са бароклини корекции, Δ_θ е термична корекция ($\Delta_\theta = 0$ при нощен ПГС, но може да бъде различна от нула при други режими, отчитащи не локални ефекти), $C_v = C_\theta = 2$, $a = 1, 2$.

В [9] въз основа на LES данни са определени константите α_1 и α_2 :

$$\alpha_1 = \frac{3}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{3}{4}, \quad (38)$$

а бароклините корекции Δ_u, Δ_v се задават във вида

$$\Delta_u = \Gamma_u, \quad \Delta_v = \Gamma_v, \quad (39)$$

където $\Gamma_u = du_g/dz$ и $\Gamma_v = dv_g/dz$ са вътрешни бароклини параметри (градиенти на u_g и v_g в координатна система, ориентирана по приземния вятър).

При тези условия след съответни процедури са определени A', B', C' в най-общ вид, включващ целия спектър ПГС режими (строго и конвенционално неутрален, нощен и дълго съществуващ) [9]. За A' и B' се получават формулите

$$A' = -am_A + \ln(e^{A_0} + m_A), \quad (40)$$

$$B' = B_0 + bm_B^2, \quad (41)$$

където

$$m_A = \frac{h}{L_s} [1 + (C_{NA} F_i)^2]^{1/2}, \quad m_B = \frac{h}{L_s} [1 + (C_{NB} F_i)^2]^{1/2} \quad (42)$$

са обобщени параметри на стратификация $A_0, B_0, C_0, a, b, C_{NA}, C_{NB}$ са константи, определени в [9]. Прави впечатление, че при използване на корекциите от типа (39), бароклинността не участва пряко и явно в законите на съпротивление. Тя участва косвено, и то само посредством параметъра

$$\Gamma = (\Gamma_u^2 + \Gamma_v^2)^{1/2}, \quad (43)$$

фигуриращ във формулата за h в (28)–(30) [13], т.е. не се отчита влиянието върху A', B' на важния ефект, свързан с изменение посоката на термичния вятър. В този смисъл тук ще предложим лека модификация на подхода, състояща се в използване вместо (39) на следните бароклини корекции:

$$\Delta_u = \Gamma_u s, \quad \Delta_v = \Gamma_v S \quad (44)$$

които логично следват от общи физични съображения и обезпечават необходимите гранични условия при $z \rightarrow 0$ и $z \rightarrow h$ в (28),(29). Отчитайки само тази промяна и прилагайки изцяло методиката [9], като краен резултат при бароклини условия получаваме следните изрази за A', B' в (28) и (29):

$$A'_{bc} = A' + \frac{1}{2}\lambda_x, \quad (45)$$

$$B'_{bc} = B' + \frac{1}{2}\lambda_y, \quad (46)$$

като A', B' се задават чрез (40),(41), $\lambda_x = \aleph\Gamma_u h/U_*$ и $\lambda_y = \aleph\Gamma_v h/U_*$ са безразмерни (нормирани чрез h) вътрешни бароклини параметри. Те могат да се изразят в еквивалентен вид: $\lambda_x = M \cos \varphi$, $\lambda_y = M \sin \varphi$, където

$$M = (\lambda_x^2 + \lambda_y^2)^{1/2} = \frac{\aleph}{U_*} h^2 (\Gamma_u^2 + \Gamma_v^2)^{1/2}, \quad (47)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\lambda_x}{\lambda_y}, \quad (48)$$

като φ е ъгълът между приземния и термичния вятър.

Относно параметрите α_1 и α_2 може да се каже, че те в голяма степен са неуниверсални и зависят от редица фактори, характеризиращи конкретния турбулентен режим. Може да се предположи от общи физични съображения (за анулиране на вертикалните градиенти на горната граница на ПГС), че $\alpha_2 \geq \alpha_1$ съгласно [18], $\alpha_2 = 3, \alpha_1 = 1, 5$; съгласно [19] $\alpha_2 = 3, \alpha_1 = 2$, като в същата работа се показва, че при тези стойности на α_1 и α_2 има много добро съвпадение за широк набор турбулентни характеристики с данните от измерванията проведени в Минесота [20]. Специално проведен от нас съпоставителен анализ за поведението на широк кръг турбулентни параметри в ПГС ни дава основание да препоръчаме близки до горните стойности:

$$\alpha_2 = \frac{5}{2}, \quad \alpha_1 = \frac{3}{2}. \quad (49)$$

От друга страна, съгласно [17] $\alpha_2 = 1, \alpha_1 = 3/2$. Освен това, както видяхме по-горе, въз основа на LES данни, в [9] са определени стойностите (38). Очевидно параметрите α_1 и α_2 се нуждаят от допълнително уточняване.

За определяне вида на универсалната функция C' от (30) в [9] е развита обща схема за термичната структура на ПГС. На фона на устойчиво стратифицираната свободна атмосфера, с линеен профил за $\theta_F(z)$, екстраполиран до земната повърхност:

$$\theta_F(z) = \theta_{F0} + \Gamma_\theta z, \quad \Gamma_\theta \equiv \frac{N^2}{\beta}, \quad (50)$$

се развива, (в резултат на приземно охлаждане), същински (долен) ПГС с височина $h_- \equiv h$ и температурна разлика $\Delta\theta_{\text{ПГС}} = \theta_- - \theta_0$, а над него се формира захлупваща го инверсия с дебелина $h_+ - h_-$ и мощност $\Delta\theta_I = \theta_+ - \theta_-$

(тук θ_+ , θ_- , θ_0 са стойности на θ съответно при $z = h_+$, h_- и z_{0T}). При тези условия чрез подход, аналогичен на този за определяне на A' и B' , е конкретизиран и видът на C' . Първо е разгледан базовия случай на пощен ПГС, като след интегриране на (37) (при $\Delta\theta_I = 0$) от z до h_- , е въведено следното основно съотношение

$$\theta_- - \theta(z) = \frac{C_\theta \theta_* h_-}{\aleph_T L} \Phi_\theta(s), \quad \Phi_\theta(s) = \int_s^1 f_\theta(s) ds. \quad (51)$$

След това теорията е разпространена за общия случай, обхващащ изброените вече по-горе широк набор турбулентни режими в ПГС, и е получен следният общ израз за C' [9]:

$$C' = -cm_c + \ln(e^{C_0} + m_c), \quad (52)$$

където m_c е обобщен параметър на стратификация:

$$m_c = \frac{h}{L} [1 + (C_{NC} F_i)^2]^{1/2} \quad (53)$$

и $C_0 = 12$, $C_{NC} = 1, 2$; $h_- \equiv h$.

Тук ще използваме методика [9] и някои допълнителни съображения с цел явното отчитане на външни термични фактори върху C' (52).

Ще започнем с по-простия случай на дългосъществуващ (long-lived) ПГС при $\Gamma_\theta \neq 0$ и отсъствие на покриваща инверсия ($\Delta\theta_I = 0$). Тогава термичната корекция $\Delta\theta$ в (37) има вида (аналогично на (44)):

$$\Delta\theta = \Gamma_\theta S. \quad (54)$$

Тук ще вметнем, че при $P = 1$ и отчитане на (49) формули (35)–(37) притежават нужните асимптоти (гранични условия) при $z = z_0$ и $z = h$. Поставяйки в (51) $\theta(z)$ съгласно (37), (54), взимайки в предвид (50) и отчитайки, че $\theta_- = \theta_h = \theta_F(z = h)$ (поради липса на инверсия, $\Delta\theta_I = 0$), след прилагане на методиката [9], получаваме (аналогично на (45), (46)) следния израз за C'_Δ :

$$C'_\Delta = C' + \frac{\aleph_T \Gamma_\theta h}{2 \theta_*}, \quad (55)$$

където параметърът

$$\lambda_\theta = \frac{\aleph_T \Gamma_\theta h}{\theta_*} \equiv \aleph_T \frac{N^2 \beta h}{\theta_*} \quad (56)$$

е безразмерен “термичен аналог” на бароклинните параметри, фигуриращи в (45), (46).

Ще разгледаме сега общия случай, когато $\Gamma_\theta \neq 0$ при наличие на покриваща ПГС инверсия [9] с мощност $\Delta\theta_I$:

$$\Delta\theta_I = \theta_{h_+} - \theta_{h_-}, \quad (57)$$

където $h_+ \equiv h_I$ е горната граница, а $h_- \equiv h$ е долната граница на покриващата ПГС инверсия (естествено съвпадаща с височината h на ПГС). В

съответствие с (50) $\theta_{h_+} \equiv \theta_{h_I} = \theta_{F0} + \Gamma_\theta h_I$ и от (57) определяме следния израз за потенциалната температура $\theta_{h_-} \equiv \theta_h$ на горната граница на ПГС:

$$\theta_h \equiv \theta_{F0} + \Gamma_\theta h_I - \Delta\theta_I. \quad (58)$$

Очевидно при пощен ПГС ($\Gamma_\theta = \Delta\theta_I = 0$), $\theta_{h_-} \equiv \theta_h \equiv \theta_{F0}$, т. е.

$$\delta\theta_{\text{ПГС}} = \theta_{F0} - \theta_0 \equiv \theta_h - \theta_0. \quad (59)$$

При наличието на покриваща ПГС инверсия ($\Delta\theta_I \neq 0$) за термичната корекция $\Delta\theta$ в (37) ще използваме израза

$$\Delta\theta = \Gamma_I s, \quad \Gamma_I = \frac{\Delta\theta_I}{\Delta h}, \quad (60)$$

където Γ_I е температурният градиент, интегрално характеризиращ инверсионния слой. Той не зависи от z , но в общия случай може да зависи от времето t (посредством $\Delta\theta_I$ и Δh). В частния случай $\Delta\theta_I \sim \Delta h$, $\Gamma_I = \text{const}$ както по времето, така и с височината. Съгласно (37) (при $P = 1$) и (60) на горната граница на ПГС h (явяваща се долна граница на инверсията) се изпълнява естественото условие $\left. \frac{d\theta}{dz} \right|_{z=h_-} \equiv h = \Gamma_I$, отчитащо наличието на инверсията с дебелина $\Delta h = h_I - h$ и градиент Γ_I .

Въз основа на (37), (57)–(60) лесно се показва, че съотношение (51) се заменя с по-общото такова

$$\theta_h - \theta(z) = \frac{C_\theta \theta_*}{\aleph_T L} h \Phi_\theta(s) + \frac{S \Gamma_I}{2} (1 - S^2) + \Delta\theta_I - \Gamma_\theta h_I. \quad (61)$$

На тази база, следвайки изцяло методиката [9], получаваме следния общ израз за термичната универсална функция C'_Δ :

$$C'_\Delta = C' - \aleph_T \left[\frac{h(\frac{\Gamma_I}{2} - \Gamma_\theta)}{\theta_*} + \frac{\Delta h(\Gamma_I - \Gamma_\theta)}{\theta_*} \right], \quad (62)$$

където C' , се задава чрез (52), величините $\Gamma_I = \Delta\theta_I/\Delta h$ и Δh характеризират покриващата ПГС инверсия, а h – структурата на ПГС [13]. Въпросът за параметризацията на $\Delta\theta_I$ и Δh (тук са възможни различни подходи), остава открит [9]. Очевидно при $\Gamma_I = \Gamma_\theta = 0$ $C'_\Delta \equiv C'$, а при $\Gamma_I = \Gamma_\theta$ от (62) следва (55).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Накратко ще се спрем на няколко пункта, характеризиращи получените в работата анализи и резултати.

За определяне вида на универсалните функции в законите на съпротивление са използвани два подхода, базиращи се на нормиращи мащаби, екманов ($\sim U_*/f$) или актуалната височина на ПГС (h).

В първия случай на базата на двуслоен ПГС модел са получени общи изрази за A, B, C . Анализирано е влиянието на стратификацията, бароклинността и нелокалните обменни ефекти върху тях при устойчиви условия [6, 7].

Известно внимание е отделено на анализа на интегралното критично число на Ричардсон в ПС. Получени са оценки за диапазона на неговото изменение в зависимост от реципрочното “външно” число на Фруд F_{i0} .

Втората част на работата се базира изцяло на съвсем новата теория, развита в [9], отчитаща нелокалните ефекти, предизвикани от стабилността на свободната атмосфера, бароклинността и покриващата ПГС инверсия. Въз основа на лека нейна модификация са определени някои явни зависимости на универсалните функции A', B', C' от бароклинните λ_x, λ_y и термичните Γ_θ и $\Delta\theta_I, \Delta h$ параметри. Съответните корекции, отчитащи тези параметри, се явяват адитивни корекции към получените в [9] базови функции за A', B', C' .

Трябва да се подчертае, че теорията на нелокалните обменни процеси между свободната атмосфера и ПГС е в процес на интензивно развитие. Възможни са уточнения и прецизиране на някои постановки, актуализиране на някои константи, както и отчитане на допълнителни фактори. В това отношение са важни както нови експериментални данни, така и тримерно моделиране по метода на големите вихри (LES метод) [9].

Отчитането на тези фактори, както и анализът на по-сложни ефекти върху вида на универсалните функции, представляват бъдещи задачи на нашите изследвания.

Издавам благодарност на професор С. Зилитинкевич за любезно предоставения ръкопис на статия [9], способствала в значителна степен за появата на настоящата работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Regis du Vachat and Musson Genon. *Boundary Layer Meteorol.*, **23**, 1982, 47.
2. Zilitinkevich, S. S., *Boundary Layer Meteorol.* **46**, 1989, 367.
3. Byun, D., *Boundary Layer Meteorol.*, **57**, 1991, 17.
4. Hess, G.D. and J.R Garrat. *Boundary Layer Meteorol.* **104** 2002, 333.
5. Сираков, Е. Процеси на термична конвекция, динамика, параметризация и дифузия при различни мащаби и условия в атмосферата с приложение към опазване на околната среда, СУ София, Дисертация д.ф.н., 1990.
6. Zilitinkevich, S.S., and P. Calanca, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **126**, 2000, 1913
7. Zilitinkevich, S.S., *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* **128**, 2002, 913.
8. Zilitinkevich, S. S., V.L Perov , J.C. King *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **128**, 2002.
9. Zilitinkevich, S. S., I. N. Esau, Submitted to *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2004.
10. Byun, D. W., *J. Applied Meteorol.* **29**, 1990, 652.
11. Syrakov, E. Fourth Annual Meeting of the EMS- 5th ECAC, Nice, France, 26-30 Sept. 2004.
12. Сираков, Е., Е. Чолаков, *Annuaire de L'Universite de Sofia "St. Kl. Ohridski"*, *Faculte de Physique* **98**, 2005.

13. Zilitinkevich, S.S., and I.N. Esau, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 129, 2003, 3339.
14. Монин, А. А. Яглом, “Статистическая гидромеханика”- част 1, М. 1965
15. Yordanov, D., F. Wipperfurth, *Beitr. Phys. Atm. Contr. Phys.* **45**, 1972.
16. Zilitinkevich S., J. Deardorf, *J. Atmos. Sci.* **31**, 1974, 1449.
17. Nieuwstadt F., *J. Atmos. Sci.* **41**, 1984, 2202.
18. Nieuwstadt F. and H. Tennekes, *J. Atmos. Sci.* **38**, 1981, 1418.
19. Sorbjan Z., *Boundary Layer Meteorol.* **34**, 1986, 377.
20. Gaughey et al, *J. Atmos. Sci.* **36**, 1979.

Евгени Сираков
Софийски Университет “Св. Климент Охридски”
Физически факултет
Катедра Метеорология и геофизика
Бул. “Джеймс Баучер” 5
1164 София, България
E-mail: esyrakov@phys.uni-sofia.bg

Получена декември 2004 г.