

КАНДИДАТ-СТУДЕНТСКИ ИЗПИТ
За магистърски програми
Безжични мрежи и устройства
Аерокосмическо инженерство и комуникации
Комуникации и физична електроника

Задача 1. Дадени са комплексните числа

$$z_1 = 2e^{i\pi/4} \quad \text{и} \quad z_2 = 1 + i.$$

Изчислете произведението $z = z_1 \cdot z_2$.

Задача 2. Изчислете средната стойност на функцията

$$f(x) = \sin(x)$$

в интервала $x \in [0, \pi]$.

Задача 3. Дадени са функциите $f(x) = x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = e^x$. Коя функция расте по-бързо в точката $x = 0$?

Задача 4. Дадена е матрица $\mathbf{A}$ и вектор $\mathbf{b}$, където

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Намерете дължината на вектора $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{b}$

Задача 5. Дадено е скалярно поле $\phi = 3 \sin(x)y + y^2$. Изчислете градиента на полето $\nabla\phi$.

Задача 6. Проектирайте неинвертиращ усилвател на базата на схема с операционен усилвател с коефициент на усилване $G = 26 \text{ dB}$. Какви са съображенията за подбор на стойността на елементите?

Задача 7. Даден е източник на сигнал, който има вътрешно съпротивление $10 \text{ k}\Omega$ и генерира сигнал с амплитуда 2 V , когато не е натоварен. Източникът е натоварен с товар 500Ω . Каква ще бъде стойността на амплитудата на сигнала върху товара и каква е отделената върху него мощност? Как се изменя ситуацията при наличие на буфер на сигнала с идеални характеристики (нулево изходно и безкрайно голямо входно съпротивление)?

Задача 8. Дадено е следното логическо уравнение:

$$Y = AC + AB + BC.$$

Начертайте схемата и покажете таблицата на истинност на логическата верига, която се описва с това уравнение.

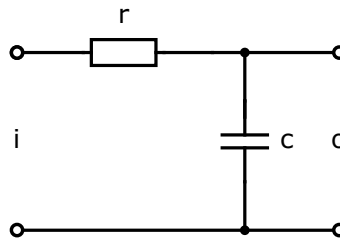
Задача 9. Дадена е RC верига, представена долу. Стойностите на елементите са $R = 100 \Omega$, $C = 10 \text{ nF}$. На входа на веригата постъпва сигнал

$$U_{in} = \cos(\omega t) + \cos(10\omega t) + \cos(100\omega t),$$

където ъгловата честота е $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$. Изходният сигнал може да се представи като

$$U_o = U_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + U_3 \cos(\omega t + \varphi_3).$$

Изчислете големината на амплитудите U_1 , U_2 и U_3 .



Задача 10. Ако честотата на електромагнитна вълна е $f = 10 \text{ GHz}$ а фазовата скорост е $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, определете дължината на вълната и коефициента на пречупване на средата на разпространение.

Задача 11. Тяло 1 с маса m се движи със скорост v . Удря се в неподвижно тяло 2 с маса $3m$. Ударът е идеално еластичен, челен и централен. Колко е скоростта u на тялото 2 след удара?

Задача 12. Кондензаторна батерия е съставена от два кондензатора с капацитети $6 \mu\text{F}$ и $2 \mu\text{F}$, които са свързани последователно. На батерията е подадено напрежение 100 V . Пресметнете запасената в нея електрична енергия.

Задача 13. Квадратна рамка със страни $l = 20 \text{ cm}$ е поставена перпендикулярно на вектора на променливо магнитно поле с максимална стойност $B_{\text{max}} = 0,2 \text{ T}$. Определете индуцираното ЕДН ако магнитното поле спада линейно с времето от максимума си до $B_{\text{min}} = 0 \text{ T}$ за време $t = 20 \text{ ms}$.

Отговори **2024:**

Задача 1. $z = 2i\sqrt{2}$

Задача 2. $2/\pi$

Задача 3. $f(x)$

Задача 4. 7

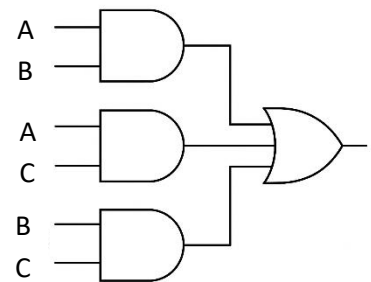
Задача 5. $\nabla\phi = \begin{bmatrix} 3y \cos(x) \\ 3 \sin(x) + 2y \end{bmatrix}$

Задача 6. $R_f = 19R_1$. Ако изберем например $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ тогава $R_f = 19 \text{ k}\Omega$

Problem 7. Напрежение върху товара = 95.25 mV, мощност = 18.1 μW . Ако се използва буфер, товара не променя напрежението на източника и напрежението е 2 V а мощността е 8 mW.

Задача 8.

A	B	C	AC	AB	BC	$Y = AC + AB + BC$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1



Задача 10. Дължина на вълната = 2 cm, коефициент на пречупване = 1.5

Задача 11. $v/2$

Задача 12. 7.5 mJ

Задача 13. 0.4 V

ENTRANCE EXAM
for the master's degree program
"Aerospace Engineering and Communications"

Problem 1. Given are the following complex numbers

$$z_1 = 2e^{i\pi/4} \quad \text{and} \quad z_2 = 1 + i.$$

Calculate the product $z = z_1 \cdot z_2$.

Problem 2. Calculate the average value of the function

$$f(x) = \sin(x)$$

in the interval $x \in [0, \pi]$.

Problem 3. Given are the functions $f(x) = x^2 + 2x - 1$ и $g(x) = e^x$. Which function increases faster at the point $x = 0$?

Problem 4. Given are a matrix $\mathbf{A}$ and a vector $\mathbf{b}$, where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Determine the length of the vector $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{b}$

Problem 5. Given is the dot product $\phi = 3 \sin(x)y + y^2$. Calculate the gradient of the field $\nabla\phi$.

Problem 6. Design a non-inverting amplifier based on an op-amp circuit with a gain factor of $G = 26 \text{ dB}$. What are the considerations for selecting the value of the elements?

Problem 7. Given is a signal source with internal resistance of $10 \text{ k}\Omega$. The source generates a signal of amplitude 2 V when loaded with 500Ω load. What is the value of the amplitude of the signal voltage on the load and what is the power dissipated on it? How does the situation change in the presence of a signal buffer (voltage follower) with ideal characteristics (zero output and infinitely large input resistance)?

Problem 8. The following boolean expression is given:

$$Y = AC + AB + BC.$$

Sketch a circuit producing such output and write its truth table.

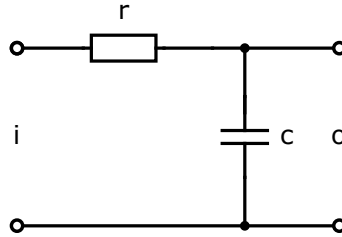
Problem 9. An RC circuit is given below. The values of the components are $R = 100 \Omega$, $C = 10 \text{ nF}$. At the input of the circuit, the following signal is applied

$$U_{in} = \cos(\omega t) + \cos(10\omega t) + \cos(100\omega t),$$

where the angular frequency is $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$. The output signal can be represented as

$$U_o = U_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + U_3 \cos(\omega t + \varphi_3).$$

Calculate the values of the magnitudes U_1 , U_2 и U_3 .



Problem 10. If the frequency of an electromagnetic wave is $f = 10 \text{ GHz}$ and the phase velocity is $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, determine the wavelength and the refractive index of the propagation medium.

Problem 11. Body 1 with mass m moves with speed v . It hits a stationary body 2 of mass $3m$. The impact is perfectly elastic, frontal and central. What is the velocity u of body 2 after the impact?

Problem 12. A capacitor bank is composed of two capacitors with capacities $6 \mu\text{F}$ and $2 \mu\text{F}$, which are connected in series. A voltage of 100 V is applied to the capacitor bank. Calculate the electrical energy stored in it.

Problem 13. A square frame with sides $l = 20 \text{ cm}$ is placed perpendicular to the vector of an alternating magnetic field with a maximum value $B_{\text{max}} = 0,2 \text{ T}$. Determine the induced electromotive force if the magnetic field decays linearly with time from its maximum to $B_{\text{min}} = 0 \text{ T}$ for period of time $t = 20 \text{ ms}$.

Solutions 2024:

Problem 1. $z = 2i\sqrt{2}$

Problem 2. $2/\pi$

Problem 3. $f(x)$

Problem 4. 7

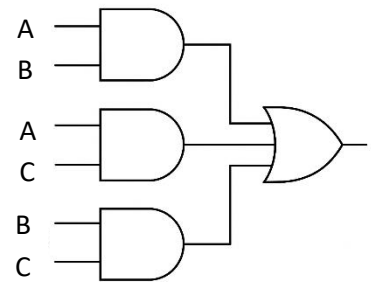
Problem 5. $\nabla\phi = \begin{bmatrix} 3y \cos(x) \\ 3 \sin(x) + 2y \end{bmatrix}$

Problem 6. $R_f = 19R_1$. If we chose for example $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ then $R_f = 19 \text{ k}\Omega$

Problem 7. Voltage at load = 95.25 mV, power = 18.1 μW . If voltage follower is used, the load does not change the voltage of the signal source, and thus the voltage is 2 V and the power is 8 mW

Problem 8.

A	B	C	AC	AB	BC	$Y = AC + AB + BC$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1



Problem 10. Wavelength = 2 cm, refractive index = 1.5

Problem 11. $v/2$

Problem 12. 7.5 mJ

Problem 13. 0.4 V