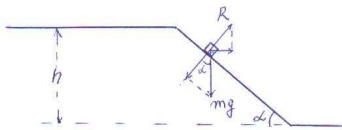


## Законът за запазване на енергията в различни инерциални системи

Прилагането на енергетичния подход към ситуации, в които се правят разглеждания спрямо различни инерциални системи често води до привидни парадокси, количественото разplitане на които обаче не винаги е елементарно<sup>1</sup>. Класически пример в това отношение е следният.



Фиг. 1.

**Същност на парадокса.** На фиг. 1 е показано тяло с маса  $m$ , хлъзгащо се без триене по равнина, която сключва с хоризонта ъгъл  $\alpha$ . Нека разгледаме движението спрямо отправна система  $K$ , в която равнината е неподвижна. То започва от височина  $h$ . Ако отчитаме гравитационната потенциална енергия от равнището на долния край на наклонената равнина, в началното положение тялото притежава само потенциална енергия  $mgh$ , където  $g$  е ускорението на свободното падане. Законът за запазване на енергията гарантира, че тялото достига хоризонталната равнина със скорост  $v = \sqrt{2gh}$ , така че там кинетичната му енергия  $\frac{mv^2}{2}$  е точно равна на потенциалната енергия в началото на наклона.

Да разгледаме сега същата ситуация, но спрямо инерциална отправна система  $K'$ , която се движи **надясно** с постоянна скорост  $v = \sqrt{2gh}$ . Спрямо наблюдател от тази система началното състояние изглежда по следния начин: тяло с маса  $m$  е издигнато на височина  $h$  и се движи спрямо наблюдателя със скорост  $(-v)$ . Механичната енергия на това тяло е сбор от потенциалната и кинетичната му енергии:

$$mgh + \frac{1}{2}m(-v)^2 = mgh + \frac{1}{2}m(2gh) = 2mgh.$$

В крайното състояние потенциалната енергия на тялото отново е нула, но сега, спрямо наблюдателя от  $K'$ , и кинетичната му енергия е нула, защото спрямо този наблюдател тялото е **неподвижно**. (За наблюдателя от  $K$  хоризонталната скорост на тялото се е изравнила със скоростта на движещата се отправна система  $K'$ .) Следователно за наблюдателя от  $K'$  механичната енергия на тялото в долния край на наклонената равнина е нула!

И така, същността на парадокса е във факта, че докато за единия наблюдател законът за запазване на енергията се изпълнява, за втория той (като че ли) се нарушава, защото в началното състояние тялото притежава ненулева механична енергия, а в крайното тя се оказва нула.

**Качествено разplitане на парадокса.** Възникването на парадоксалната ситуация в случая е резултат от несъобразяване с условията, при които е валиден законът за запазване на механичната енергия (ЗЗМЕ). Казано кратко, законът за запазване на енергията е валиден само за **затворени** системи<sup>2</sup>. В случая, когато системата не е затворена, е валидно следното обобщение на закона:

<sup>1</sup> Вж. напр. материала “ЗЗМЕ и движение във влак” (файл ZZME vav vlak.pdf).

<sup>2</sup> Разбира се, разглеждаме системи, в които действат консервативни сили.

*Разликата между механичните енергии на крайното и на началното състояние на една система е равно на работата на външните сили, действащи върху телата от системата.*

Ето защо, за да разплетем парадокса, както винаги в подобни случаи, трябва първо да изясним кои тела причисляваме към разглежданата система, какви сили им действат, кои сили са външни и кои – вътрешни. Щом говорим за гравитационна потенциална енергия, това означава, че разглеждаме системата тяло–Земя, в която силата на тежестта е вътрешна сила. В разглеждания случай обаче тази система **не е затворена**: на тялото действа още и реакцията на опората  $R$  (вж. фиг. 1). Тази сила е външна за системата тяло–Земя, но спрямо  $K$  тя не извършва работа, тъй като е перпендикулярна на преместването по наклонената равнина. А щом работата на външната сила е нула, според горното обобщение на ЗЗМЕ механичните енергии на системата в началното и в крайното състояния са равни.

По друг начин изглежда преходът между двете състояния за наблюдателя от  $K'$ . За него траекторията на тялото вече не е праволинейна, преместването в даден момент и моментната скорост на тялото не са перпендикулярни и затова работата на реакцията на опората не е нула. Грубо казано, от фиг. 1 се вижда, че хоризонталната съставляща на  $R$  е насочена надясно, докато за наблюдателя от  $K'$  цялата съвкупност от тялото и наклонената равнина се движат наляво, така че работата на  $R$  ще бъде отрицателна, а щом външната сила извършва отрицателна работа, то това предизвиква намаляване на механичната енергия на системата.

И така, в подвижната отправна система ЗЗМЕ не е изпълнен, защото разглежданата система е отворена. Пълното количествено решение на проблема, т.е. доказателството, че в  $K'$  намалението на механичната енергия е точно  $2mgh$ , се оказва нетривиално. Затрудненията идват от необходимостта да се пресметне работата на външните сили в долния край на наклонената равнина, където се променя посоката на скоростта. Подробни решения може да се намерят в интернет<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Вж. напр. задачата от юли, 1999г. на адрес <http://star.tau.ac.il/QUIZ/>.