

“Нарушения” на закона за запазване на енергията

Определението за енергия, което в по-кратка или по-пълна форма, по-явно или по-неявно използваме в училище, звучи така:

Енергията E е функция от състоянието на една система, чието нарастване е равно на работата A на външните сили над частите на системата:

$$(1) \quad \Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

Когато външните сили извършват положителна работа, енергията на системата расте, ако работата им е отрицателна – енергията намалява. В частния случай на изолирана система, т.е. когато външни сили не действат, енергията на системата не се променя с времето – последният случай всъщност е законът за запазване на енергията (ЗЗЕ).

И на друго място сме подчертавали, че използването на равенство (1) (или на ЗЗЕ) изисква преди всичко да изясним кои тела причисляваме към нашата система, за да можем да разделим силите на външни и вътрешни. Това причисляване често е акт субективен, не еднозначен, зависещ от съображения за удобство. Затова например описанието на едно и също явление може да изглежда по различен начин, в зависимост от това, как дефинираме нашата система. Класически пример в това отношение е следният.

Книга лежи на пода, вие я вдигате и оставяте на масата. Книгата има маса m , земното ускорение е g , височината на масата – h . Описанието на това действие от физична гледна точка може да изглежда по два различни начина, в зависимост от това, кои тела разглеждаме като система.

Първи случай: системата се състои от едно единствено тяло – книгата. В началното състояние, на земята, книгата е неподвижна, енергията ѝ – нула. Щом определяме системата така, то всяка сила, действаща на книгата, е **външна**. В случая силите са две – насочената нагоре сила F , с която ръката действа на книгата, и насочената надолу сила на тежестта с големина mg .

Нека издигаме книгата със сила, равна по големина на силата на тежестта, т.е. $F = mg$. (Всъщност, за да се издига книгата е необходимо силата F поне малко да превишава тежестта. Това превишение обаче наистина трябва да бъде безкрайно малко, защото в противен случай книгата ще придобие ускорение, съответно – скорост, кинетична енергия и пр. – усложнение, което искаме да избегнем.) В случая и двете противоположно насочени сили при издигането на книгата извършват работа, но техните работи са равни по големина и имат противоположни знаци. Следователно общата работа на *външните* сили е нула и според формула (1), енергията на книгата не се е променила: и на земята, е върху масата тя е неподвижна, кинетичната ѝ енергия е нула.

В случай обаче, че издигаме книгата със сила, по-голяма от тежестта ѝ, работите на двете сили няма да бъдат равни по големина – когато книгата достигне височината на масата, ще притежава определена кинетична енергия. И ако искаме да оставим книгата на масата неподвижна, трябва да се погрижим да “погасим” по някакъв начин тази енергия (например да хлъзнем книгата по масата и да оставим триенето да я преобразува във вътрешна енергия).

Втори случай: Сега описваме “явлението” издигане на книга, като смятаме, че системата се състои от две тела – книгата и Земята. В този случай силата на тежестта е **вътрешна**, а силата F , с която действа ръката е **външна**. Работата на външната сила е mgh и съгласно с формула (1) тя променя енергията на системата книга–Земя.

Наистина, тъй като книгата върху масата е отново неподвижна, нашата система в този случай е увеличила само гравитационната си потенциална енергия и то точно с mgh .

В явленията, при които играе роля силата на тежестта, когато тя върши работа, когато говорим за гравитационна потенциална енергия, винаги Земята се *подразбира*

като тяло от системата, макар и да не се споменава в явен вид. Причина за това е фактът, че поради огромната маса на Земята в сравнение с телата, чието движение ни интересува, обикновено е оправдано да смятаме, че състоянието на Земята не се променя и затова я приемаме за неподвижна.

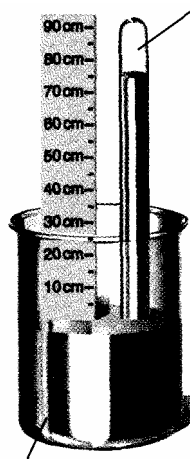
В литературата са описани множество привидно парадоксални ситуации от най-различни области на физиката, в които ЗЗЕ, или по-общо – равенство (1), като че ли не е изпълнено. При описание на подобни случаи ситуацията преднамерено се опростява и излага по начин, по който най-силно изпъква парадоксалността. Като правило, парадоксът се дължи на неотчитане на всички съществени фактори. Ето защо е полезно в процеса на обучение да се проанализират поне няколко подобни случая – това приучва обучавания да излиза извън рамките на видимото, на това, което е на повърхността, на явлението, и да го види в неговата пълнота.

С цел да помогнем на учителя в тази насока, по-долу описваме няколко подобни случая на “нарушаване” на ЗЗЕ.

Опит на Торичели. Опитът, с който Торичели доказва съществуването на атмосферно налягане се изучава в прогимназията, но едно връщане към него в гимназията, след изучаване на въпросите за работа, кинетична и гравитационна енергия, би било полезно не само от гледна точка на припомнянето му, но и от гледна точка на разбулване на парадоксите от типа, за който стана дума по-горе.

Парадоксът: На фиг. 1 е показана схема на опита на Торичели. Нека го опишем по следния начин:

Вземаме вертикална, цилиндрична, запоена в горния край стъклена тръбичка, изтегляме въздуха от нея и потапяме другия край във вана с живак. Когато освободим отвора на тръбичката, живакът, под действие на атмосферното налягане, се издига по тръбичката на височина около 76 см.



Фиг. 1

Просто и ясно – наличието на атмосферно налягане p е доказано. Нека видим сега как стоят нещата от енергетична гледна точка. За да опростяване ще смятаме, че площта

на свободната повърхност на живака е голяма спрямо площта S на напречното сечение на тръбичката – това освобождава от необходимостта да отчитаме промените във височината на нивото във ваната, предизвикани от издигането на живак в тръбичката.

Системата, която разглеждаме, се състои от две тела: живак и Земя. Те си взаимодействат гравитационно, т.е. силата на тежестта на живака е *вътрешна* за нашата система сила. На системата действа и една *външна* сила $F = pS$, дължаща се на атмосферното налягане.

При издигането на живака по тръбичката както атмосферното налягане, така и предизвиканата от него сила F , са постоянни. Затова, ако височината на живачния стълб означим с h , а обема му с V , работата на външната сила F е равна на:

$$(2) \quad A = Fh = pSh = pV.$$

Ако изразим p по формулата за хидростатично налягане $p = \rho gh$, където ρ е плътността на живака, g – земното ускорение, и означим с една буква $m = \rho V$ масата на живачния стълб, за работата на външната сила получаваме окончателно:

$$(3) \quad A = pV = \rho ghV = mgh.$$

Съгласно с формула (1), тази работа трябва да е равна на нарастването на енергията на нашата система. Ако приемем енергията на началното състояние за нула (енергията винаги е определена до адитивна константа!), *единствената* промяна при прехода в крайното състояние се изразява в появата на гравитационна потенциална енергия на издигнатия се живачен стълб. Тъй като центърът на масите на живака е на височина $h/2$, съгласно с познатата формула, неговата гравитационна потенциална енергия е:

$$(4) \quad E = mgh/2.$$

От сравнението на (3) с (4) се вижда, че за нарастване на енергията на нашата система е отишла само половината от работата на външната сила. А другата половина? Какво става с формула (1), със ЗЗЕ?

“Разбулване” на парадокса. Както бе подчертано в по-горе, болшинството парадокси се дължат на преднамерено премълчавани или омаловажавани факти и обстоятелства при описание на явлението, както и на използване на “очевидни”, но подвеждащи и по същество неверни аргументи. В случая с опита на Торичели вниманието преднамерено се фокусира върху началното и крайното състояния на системата и в подвеждащото използване на думата *единствена*, когато става въпрос за настъпилите изменения в системата. Ако разгледаме процеса в неговата цялост и обърнем специално внимание на *прехода* от началното в крайното състояние, ще се убедим, че не съществува никакъв парадокс, т.е. със ЗЗЕ всичко е наред. За целта обаче трябва да излезем извън рамките на енергетичния подход и да говорим отново за сили, маси, ускорения и т.н.

Нека разгледаме нашата система в някакъв момент скоро след освобождаването на долния край на стъклената тръба. Да съсредоточим внимание върху малкото количество живак, който до този момент е успял да влезе в тръбата и чиято маса ще означим с Δm . На този живак действат две сили: насочената нагоре сила pS и силата на тежестта $g\Delta m$ на малкото живачно стълбче. Разликата в големините на двете сили е насочена нагоре (те се изравняват едва, когато височината на стълба стане 76 cm) и, в съгласие с втория принцип на Нютон, живакът с маса Δm ще се движи нагоре с някакво ускорение.

Разбира се, с удължаване на живачния стълб ускорението ще намалява и когато височината стане h , ускорението ще бъде нула. Но, движейки се до този момент ускорено, живакът в тръбичката е придобил определена скорост, а това означава – и кинетична енергия. И сега, вярвайки безпрекословно на ЗЗЕ, можем да кажем колко точно е тази кинетична енергия – тя е равна точно на разликата от работата на налягането (mgh) и гравитационната потенциална енергия на системата ($mgh/2$), т.е. и придобитата кинетична енергия е $mgh/2$.

С други думи, парадоксът се дължи на факта, че в описанието си не отчитаме, че издигайки се, живачният стълб освен потенциална, придобива и кинетична енергия. Сега се вижда и разликата между описания опит и разгледаното в началото вдигане на книгата от пода върху масата: действащите върху книгата две сили си правеха равновесие, така че тя не придоби кинетична енергия, докато тук равенство между силите няма.

Това обяснение неизбежно повдига друг въпрос – какво става с тази кинетична енергия, къде се “губи” тя, защото след изтичане на разгледания преходен процес живакът наистина вече е в покой. Отговорът на този въпрос вече зависи от конкретните условия.

Да разгледаме идеализирания случай: вътрешно триене в живака няма, няма триене между живака и стъклото, а над живачния стълб вакуумът е идеален. В този случай кинетичната енергия няма къде да се “изгуби” – живачният стълб ще започне

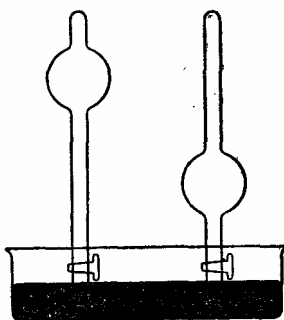
един безкраен колебателен процес нагоре–надолу, при който кинетичната енергия ще се преобразува в потенциална и обратно. За характера на тези колебания не може да твърдим нещо определено, докато не напишем уравнението на движение, което обаче вероятно няма да бъде просто, защото става дума за движение на тяло с *променлива маса* (живачният стълб се скъсява и удължава).

В реалния случай: вътрешното триене и триенето между живака и стъклото със сигурност ще преобразуват част от механичната енергия на системата във вътрешна енергия – ще се отдели някакво количество топлина. Има обаче още един фактор, който преобразува механичната енергия във вътрешна: пространството над живака никога не е идеален вакуум: в него винаги има остатъчен въздух, както и живачни пари. Последователното изкачване и спускане на живачния стълб неизбежно свива и разширява този газ, а това също са процеси, свързани с преобразования на енергия.

Поради всички тези причини реалният преходен процес по-бързо или по-бавно спира и се установява статичното крайно състояние, в което половината от работата на външната сила е “изчезнала”.

Тема за размисъл. За да се уверите, че умееете да прилагате коректно определението (1) за енергия, опитайте да обясните парадокса с опита на Торичели, като разглеждате не системата живак–Земя, а системата, състояща се само от живака. (Така, както вдигането на книгата върху масата разгледахме по два начина.)

Вариант. Ако анализът на опита на Торичели не ви се струва достатъчно интересен, можем да ви предложим друг вариант, който фигурира в книгата на Ланге¹. В този вариант опитът се извършва с две тръби с разширения, чиято форма е показана на фиг. 2. Когато ги потопим във вана с живак, работата, която извършва атмосферното налягане в двата случая е една и съща и равна на pV . В същото време е очевидно, че гравитационната потенциална енергия на живака, който ще запълни лявата тръба, е по-голяма от тази на живака в дясната тръба.



Фиг. 2.

Надявам се, че след обстояния анализ на опита на Торичели, читателят няма да се затрудни от разбулването и на този “парадокс”.

Най-простият случай. Може би най-простият хидростатичен случай на “загуба” на енергия е при скачениите съдове. Представете си два еднакви вертикални цилиндъра, дъната на които са свързани чрез тръбичка с кран. При затворен кран наливаме в единия от тях вода с маса m , така че височината на водния стълб да бъде H . Разглеждаме затворената система вода–Земя, която в това начално състояние притежава гравитационна потенциална енергия $mgH/2$ (защото центърът на масите на водния стълб е на височина $H/2$).

¹ В.Н. Ланге Физическите парадокси, софизми и занимателните задачи, М., “Просвещение”, 1967.

Когато отворим крана, вода с маса $m/2$ преминава в празния цилиндър, в първия остава вода с маса също $m/2$, а всеки от водните стълбове в двата цилиндъра има височина $H/2$. Това означава, че техните центрове на масите са на височина $H/4$. В това крайно състояние гравитационната потенциална енергия на системата е:

$$\left(\frac{m}{2}\right)g\left(\frac{H}{4}\right) + \left(\frac{m}{2}\right)g\left(\frac{H}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(mg\frac{H}{2}\right),$$

т.е. – отново точно половината от енергията на началното състояние и, тъй като системата е затворена, отново изниква въпросът “Къде се губи енергията?”.

В този случай като че ли е по-лесно да си представим, че при преливането на водата от едното коляно в другото ще възникне колебателен процес, т.е. отново течността придобива и кинетична енергия, която постепенно, поради действието на триенето (вътрешно и външно) се преобразува във вътрешна енергия. Ако използваме механичната аналогия с разглеждания в началото процес на издигане на книга, случаят съответства на издигане със сила, по-голяма от тежестта на книгата.

Преходът между двете състояния обаче можем да осъществим и по друг начин, при който е ясно, че никаква енергия не се губи. За целта си представяме, че на дъното на празния цилиндър има леко бутало, което ние (ние сме *външен* фактор!) натискаме със сила, която във всеки момент е равна на силата на натиска на прииждащата от пълния цилиндър вода. Това всъщност означава, че вече не разглеждаме затворена система – появила се е *външна* сила, която удържа буталото и не му позволява да придобие крайна скорост. В този случай преливането на водата от пълня към празния цилиндър става “безкрайно бавно” и не възниква никакъв колебателен процес. Издигайки буталото, налягането на водата извършва положителна работа, а противопоставящата му се външна сила – отрицателна работа. Щом работата на външната сила е отрицателна, тогава, в съответствие с формула (1), енергията на системата трябва да намалее – факт, който констатирахме при описание на явлението.

А ако все още си задавате въпроса “Но какво все пак стана с “изчезналата” начална енергия?”, неговият отговор е: “Посредством работата на налягането тя се преобразува в енергия на източника, от взаимодействието с който се появява силата, удържаща буталото почти неподвижно.”.

Връщайки се отново към аналогията с книгата, този случай, когато в празния цилиндър има бутало, съответства на издигането на книгата със сила, равна на тежестта ѝ.

Един електростатичен аналог. Пълен електростатичен аналог на току що разглеждания хидростатичен пример се получава при разглеждане на система от два кондензатора с еднакви капацитети C , единият носещ заряд Q , другият – незареден. Според познатата формула, в това начално състояние енергията на системата, т.е. – на заредения кондензатор, е $W = \frac{Q^2}{2C}$.

Ако свържем кондензаторите успоредно, половината от заряда на заредения кондензатор преминава върху незаредения и енергията на същата система в новото състояние е:

$$W' = \frac{1}{2C}\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \frac{1}{2C}\left(\frac{Q}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}W,$$

т.е. – отново половината от началната енергия.

Когато се анализира този пример се казва, че другата, “загубената” половина от енергията, отчасти се е преобразувала във вътрешна енергия, загрявайки съединителните проводници, отчасти е излъчена във вид на електромагнитни вълни в околното пространство и т.н. Всичко това е вярно, но за съжаление твърде съществено

зависи от конкретните условия, при което е станало прехвърлянето на зарядите от единия към другия кондензатор: от размерите, формата и свойствата на съединителните проводници, даже от размерите, формата и свойствата на електродите на самите кондензатори. Ето защо не сме в състояние да покажем във всеки конкретен случай колко е отделената джаулева топлина, колко е излъчената енергия и, че сумата им е точно $W/2$.

Съществува и друг подход. И отделянето на количество топлина, и излъчването на електромагнитни вълни са процеси извън рамките на електростатиката. Ако не искаме да излизаме от тези рамки, трябва да разсъждаваме както в предишния, хидростатичния случай, в който към системата добавихме бутало, което не позволява на течността да придобие кинетична енергия.

В сегашния случай трябва да си представим съществуването на някаква *външна*, неелектрична сила F , която противодейства на електричната сила, под чието действие свободните заряди преминават от заредения към незаредения кондензатор. Двете сили така добре компенсират влиянието си, че преместването на свободните заряди става безкрайно бавно (както преливането на течността от пълния към празния цилиндър). В този случай електричните сили вършат положителна работа, защото преместването на зарядите е в посоката, в която действат те, а *външната* сила F извършва отрицателна работа, поради което, в съответствие с формула (1), енергията на системата намалява. Така и в този случай става ясно, че “загубената” енергия всъщност се натрупва някъде другаде – в случая в източника на *външната* сила. (Последното може да се изрази и по друг начин – електричната сила е *вътрешна* за системата от кондензатори, но *външна* за източника на силата F . Това обяснява – отново по формула (1) – защо когато електричната сила извършва положителна работа, енергията на източника на F расте.)

И един не зададен дотук въпрос. Направи ли ви впечатление, че във всички разгледани количествени примери се “губи” точно половината от началната енергия на системата? Това случаен факт ли е, или зад него се крие нещо по-съществено? Последният пример с кондензаторите е удобен за разсъждения по този въпрос.

Нека капацитетите на кондензаторите не са еднакви, а C_1 и C_2 . Когато ги свържем успоредно, началният заряд Q вече не се разпределя поравно между тях, а така, че напреженията им да бъдат равни. Като знаем, че еквивалентният капацитет C на два успоредно свързани кондензатора е сума от капацитетите им, т.е. $C = C_1 + C_2$, за енергията в крайното състояние на системата получаваме израза:

$$W' = \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Разликата между енергиите на началното и на крайното състояние в случая е:

$$W - W' = \frac{Q^2}{2C_1} - \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{C_2}{2(C_1 + C_2)} Q^2.$$

Последната формула позволява да се направят любопитни заключения. Преди всичко, оказва се, че съвсем не е задължително да се “загуби” точно половината на началната енергия. Ако разгледаме “загубената” енергия като функция от капацитета C_2 на втория кондензатор, тази функция се изменя в безкрайно широки граници. При $C_2 = 0$, т.е. когато няма втори кондензатор, началното и крайното състояния съвпадат и няма никаква “загубена” енергия. Когато пък капацитетът на втория кондензатор е безкрайно голям, се “губи” цялата начална енергия (помислете защо). И само при $C_1 = C_2$ “загубената” енергия е равна точно на половината от началната енергия на система-та.

По подобен начин и в случая със свързаните вертикални цилиндри “загубената” енергия е равна на половината от началната, само когато напречните сечения на двата цилиндъра са равни.

И по-нататък. Покажете, че в най-простия случай на скачени два **еднакви** вертикални цилиндъра, когато с помощта на леко бутало поддържаме процеса на преливане на водата от единия в другия безкрайно бавен, общата работа, която извършва **постепенно** намаляващото налягане върху буталото е наистина равна на точно половината от началната енергия на системата.