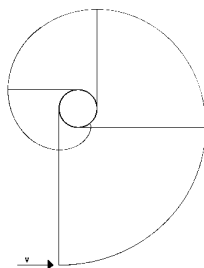


По спирала върху лед

Задача: В средата на ледена площадка е забит цилиндричен пилон. Част от въже, единият край на което е закрепен за пилона, е навита около него. Другият край е в ръцете на неподвижен кънкьор, който държи останалата част от въжето изпъната. Анализирайте вида на траекторията и характера на движението на кънкьора в случай, че той бъде тласнат перпендикулярно на въжето така, че оставайки изпънато, то да продължи да се навива около пилона (фиг. 1). Триенето при хлъзгане се пренебрегва.



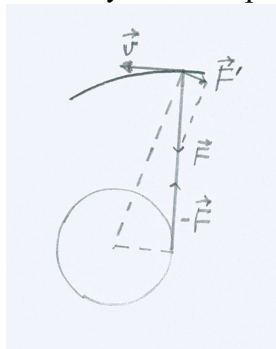
Фиг. 1.

Решение. Задачата е качествена и решението за вида на траекторията е очевидно: кънкьорът следва спирална траектория, която завършва върху точка от околната повърхност на пилона.

Движението се извършва под действие на силата на опъване на въжето. Тъй като тя е перпендикулярна на скоростта, нейната работа е нула. Тогава законът за запазване на механичната енергия гарантира, че кинетичната енергия, а с нея и големината на скоростта на кънкьора са постоянни. От перпендикулярността между моментната скорост и въжето следва още, че в крайния участък от траекторията, в момента на удара в пилона, спиралата е перпендикулярна на повърхността му.

Парадоксът възниква, ако си спомним, че освен закон за запазване на енергията има и закон за запазване на момента на импулса (момента на количеството на движение). Тъй като ъгълът между скоростта и въжето е прав, моментът на импулса е равен на mvr , където m е масата на кънкьора, v – скоростта му, а r – разстоянието до центъра на въртене. От запазването на момента следва, че щом r намалява (факт, който не буди съмнение), скоростта v трябва да расте. Това заключение противоречи на извода, направен от закона за запазване на енергията.

Тъй като съмнения в законите за запазване са изключени, остава да търсим грешка в прилагането им. В случая грешката е при използване на втория закон. Обикновено той се прилага, когато на тялото действа **централна** сила, т.е. сила, насочена към **неподвижен** център. Нашият случай обаче е различен – моментният център на въртене не е в неподвижния център на пилона, а в точката, където въжето допира околната му повърхност. Тази точка **не е неподвижна** – тя обикаля по повърхността на пилона, т.е. движението не е под действие на централна сила и следователно използването на закона за запазване на момента на импулса е неправомерно.



Фиг. 2.

На фиг. 2 е показана ситуацията в произволна точка от траекторията: силата на опъване на въжето \vec{F} има съставяща \vec{F}' , чиито въртящ момент спрямо центъра на пилона е насочен противоположно на момента на импулса на движещото се тяло. Заради този въртящ момент моментът на импулса на кълкьора постепенно намалява и става нула в момента, когато и дължината на свободния край на въжето стане нула.

И все пак: закон за запазване момента на импулса има! – какво става с началния момент на импулса на кълкьора? За да отговорим на този въпрос трябва да разгледаме **затворената** система кълкьор–Земя. Опъването на въжето действа на пилоната с допирателна към повърхността му сила $-\vec{F}$, чиито въртящ момент предава на пилоната, а чрез него – и на цялата Земя, момент на импулса, който е еднопосочен с началния момент на въртене на кълкьора. Така, постепенно, този начален момент става момент на цялата система кълкьор–Земя.

Един нетривиален проблем. В проведените разсъждения има празнина: условието на задачата гарантира, че скоростта на кълкьора е перпендикулярна на опънатото въже **само** в началния момент. Дали това положение се запазва и във всеки следващ момент би трябвало да покаже едно по-детайлно разглеждане на ситуацията – опитайте да го проведете. (Ако допускаме взаимодействие на кълките с леда, чрез подходящо законтване кълкьорът би могъл съзнателно да поддържа въпросният ъгъл прав, но тогава трябва да се отчита работата на силата, породена от това взаимодействие. Предполагението, че триенето на кълките в леда се пренебрегва, изключва подобно взаимодействие.)